ProFuturo

PRESENTA:

LECTURAS SOBRE COGNICIÓN MATEMÁTICA TEMPRANA

Grupo de Cognición Matemática.
Centro Interdisciplinario en Cognición para la Enseñanza y el Aprendizaje.
Universidad de la República.

UN PROGRAMA DE:

Fundación Telefónica Movistar

Fundación "la Caixa"

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA URUGUAY

COGNICIÓN NUMÉRICA
http://cognicionnumerica.psico.edu.uy

cicea

ProFuturo

UN PROGRAMA DE:

Fundación Telefónica Movistar

Fundación "la Caixa"

PRESENTA

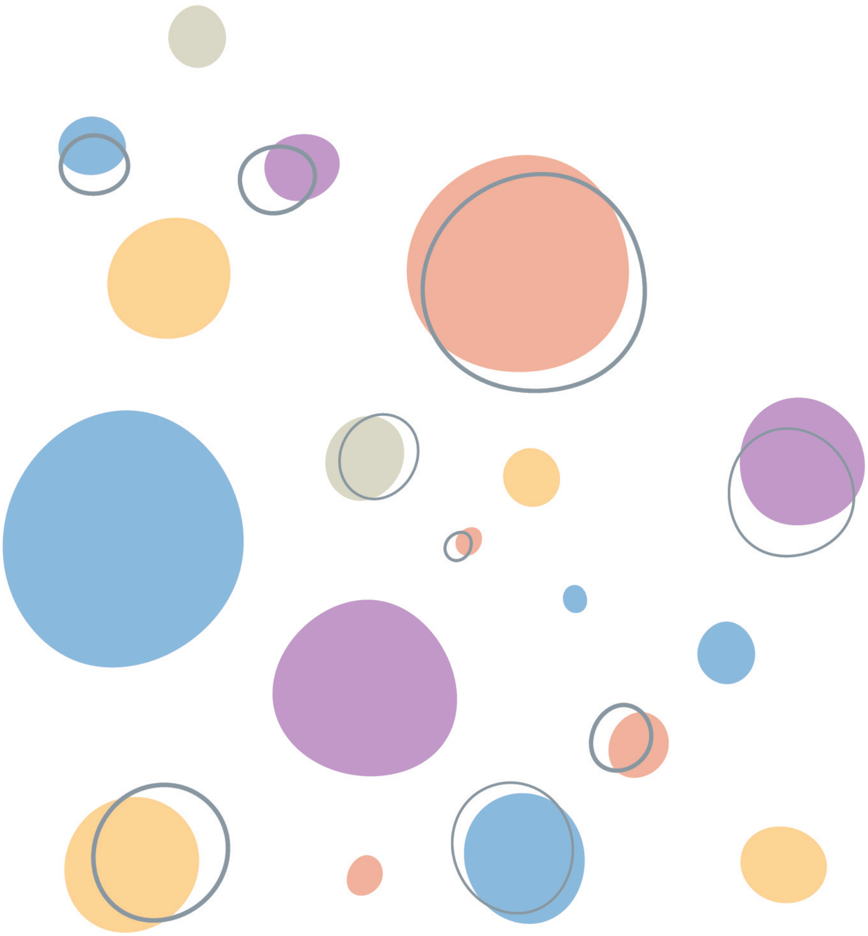
LECTURAS SOBRE COGNICIÓN MATEMÁTICA TEMPRANA

Grupo de Cognición Matemática Centro Interdisciplinario en Cognición para la Enseñanza y el Aprendizaje Universidad de la República

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA URUGUAY

COGNICIÓN NUMÉRICA
http://cognicionnumerica.psico.edu.uy

cicea



Prólogo

Cuando Galileo afirmaba en el siglo XVII que "l*a filosofía está escrita en ese grandísimo libro abierto ante nuestros ojos, el universo, pero no puede entenderse si antes no se procura conocer los caracteres en que está escrito. Este libro está escrito en el lenguaje de las matemáticas, sin las cuales es humanamente imposible entender una sola de sus palabras. Sin ese lenguaje, navegamos en un oscuro laberinto* ...", venía a recoger una visión iniciada por los pitagóricos dos mil años antes, cuando la historia de la humanidad alcanzó una de sus grandes cimas.

La genial inspiración de romper la visión meramente pragmática del lenguaje más perfecto que los humanos poseen, de eficaz herramienta de contabilidad y ordenación económica, tiene por tanto no más de dos milenios de existencia dentro de nuestro acervo cultural compartido. Gracias a tal lenguaje formal la ciencia ha alcanzado hitos inimaginables para nuestros ancestros, posibilitando que su "hermana menor", la tecnología, haya transformado la realidad que circunscribe a las sociedades contemporáneas hasta el extremo de poder hablar de una nueva era en nuestro planeta: el Antropoceno.

De esta elevada mirada del lenguaje matemático en nuestra historia debería derivarse el imperioso deseo de priorizar, en las instituciones públicas de los Estados contemporáneos, la extensión de su enseñanza, más allá de una disciplina académica o un área curricular. La necesidad de extender y potenciar en todas las sociedades -y en todos los rincones de nuestro orbe- una inmersión en el lenguaje matemático, desde la más tierna infancia, tendría que ir más allá de criterios pragmáticos centrados en una cualificación excelente de la mano de obra que las economías contemporáneas demandan cada vez más. Fomentar el deseo de saber científico, desarrollar competencias centrales de análisis, desagregación, composición, que hagan posible el pensamiento crítico, pero, sobre todo, incentivar el interés por la "belleza del número", son motivos suficientes para demandar una priorización clara de esta materia en las políticas educativas de cualquier nación.

Sin embargo, el panorama no es alentador. Al contrario, las pruebas estandarizadas sobre la materia matemática reafirman, continuamente, el fracaso colectivo para que nuestra población educativa alcance estándares lo suficientemente exitosos como para, al menos, poder empezar a mostrar interés por la materia. Es más, continuamente se afirma y reafirma la aridez, la dificultad y la problemática que la asignatura supone para los alumnos y alumnas, especialmente para quienes proceden de familias de escasos recursos.

ProFuturo, un programa educativo creado para incentivar la innovación educativa con tecnología en entornos vulnerables en países en desarrollo, trabaja desde hace siete años en uno de los objetivos de calidad educativa más apremiante: el pensamiento lógico-matemático y, por ende, las competencias matemáticas y computacionales.

Para eso trabaja con proyectos imbricados en el universo de la innovación pedagógica con lo digital, donde destacamos, a este respecto, "Matemáticas Profuturo", instrumento educativo profesional para el desarrollo de los procesos cognitivos específicos para alumnos de primaria. Se trae a colación esta propuesta central de nuestro programa porque se fundamenta en tres grandes ejes sobre los que versa el presente libro:

1. La neurociencia cognitiva, al ser nuestra propuesta didáctica un recurso para el aula que se desarrolla sobre sólidas bases experimentales para fomentar la capacidad de abstracción, el razonamiento lógico y la capacidad de resolución de problemas entre los estudiantes.

2. Visión centrada **en poblaciones en situación de vulnerabilidad**, como se indicó anteriormente. El postulado clave del proyecto ProFuturo contempla la obtención de una mayor eficiencia de tales tipos de actividades y recursos en su orientación a una población con menores posibilidades de contar con estímulos cognitivos dentro de sus familias.

3. Y **la tecnología educativa**, entendida como se reseña en el capítulo 5 ("Development of mathematical cognition: the role of technology in low SES populations"), desde la perspectiva de su función central **para la incorporación de la innovación en lo pedagógico**. Más en particular, la tecnología permitiría contar con fórmulas generalizadas y eficientes de incluir contenidos curriculares, en este caso, sobre la base de principios de la neurociencia educativa en el ámbito escolar.

Con el ejemplo concreto descrito de nuestras propuestas didácticas para el aula, queremos reseñar la relevancia de este tipo de estudios e investigaciones para reforzar la fundamentación científica de la que ha venido careciendo el universo de lo pedagógico y que, en estas últimas décadas, se está subsanando de forma acelerada.

Consideramos esencial, por tanto, apoyar iniciativas como la que presenta la Fundación Telefónica Movistar en Uruguay a fin de impulsar la causa del programa ProFuturo, que no es otra que afrontar la brecha educativa conjuntamente con la digital, y así ayudar a conseguir que cada niño y cada niña se emocione, vibre y se entusiasme con un lenguaje tan bello, cierto y bueno como el matemático. Y eso sí, "sin dejar a nadie atrás"

Por último, queremos agradecer la generosidad de los investigadores por compartir su conocimiento en pro de la mejora educativa.

Javier Gonzalez Casado
Gerente de Gestión de Conocimiento Profuturo

Introducción

MATEMÁTICA TEMPRANA
Buscando la equidad desde el inicio

Las habilidades numéricas son esenciales para la inserción de las personas en la sociedad actual y resultan determinantes para las trayectorias educativas. Sabemos hoy que a la mayoría de los niños y niñas que presentan un desempeño bajo en matemática en su etapa escolar les será más difícil encontrar un buen trabajo, o incluso comprender muchos de los problemas de la sociedad actual. En este sentido, resulta fundamental promover las competencias matemáticas tempranas (CMT) que constituyen un potente y estable predictor del desempeño académico, tanto en matemática como en otras áreas disciplinares (Cerda & Pérez, 2014; Jordan, Kaplan, Ramineni, & Locuniak, 2009). Las CMT incluyen las habilidades para comprender, evaluar y usar contenido relacionado con las cantidades en diversas situaciones y contextos.

En nuestro país, muchos niños y niñas presentan problemas en el aprendizaje de la matemática, especialmente aquellos que viven en contextos de vulnerabilidad social. Las brechas socioeconómicas condicionan, desde temprano, el aprendizaje escolar y conducen a brechas de rendimiento que generan desigualdad en las posibilidades de desarrollo a largo plazo. La investigación en neurociencia cognitiva nos ha mostrado que la pobreza afecta el desarrollo del cerebro de maneras que pueden comprometer el aprendizaje (Lipina & Posner, 2012; Lipina & Segretin, 2019; Schibli, Wong, Hedayati, & D'Angiulli, 2017). Si bien la pobreza afecta de manera general al aprendizaje en cualquier área temática, en matemática su incidencia es aún más fuerte que en otras áreas del conocimiento humano (Maiche, 2020). Los datos de diferentes pruebas estandarizadas (PISA, PIRLS, etc.) muestran que las diferencias de NSE presentan mayor impacto en matemática que en lenguaje o en ciencias. En la mayoría de los países, los resultados de las pruebas estandarizadas muestran que esta brecha socioeconómica es mayor para el aprendizaje de matemática que en otras áreas cognitivas (Starkey, Klein & Wakeley, 2004). Datos obtenidos recientemente por el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEEd) para tercero y sexto año de educación primaria confirman esta asimetría también en nuestro país (INEEd, 2023).

No conocemos aún con certeza las causas de esta mayor brecha socioeconómica en el aprendizaje de matemática, pero algunas investigaciones parecen indicar que su aprendizaje requiere de interacciones sociales que introduzcan símbolos de manera progresiva (Case, Griffin & Kelly 1999), lo que no siempre sucede. Por lo general, los hogares brindan ricas oportunidades para el aprendizaje informal de la matemática a través de la interacción y la comunicación con los adultos sobre cantidades, números y geometría usando el lenguaje, los gestos y los símbolos espaciales; pero, en algunos casos, los niños y niñas de familias de bajos ingresos pueden carecer de estas oportunidades. Datos recientemente obtenidos por nuestro equipo (Araújo, García & Maiche, en prep.) muestran que los niños y niñas provenientes de hogares más vulnerables son justamente aquellos que durante el verano disminuyen más su rendimiento en matemática, mientras que sus pares de hogares menos vulnerables mantienen los conocimientos matemáticos adquiridos durante el año. Estos resultados, junto con los que muestran la importancia del conocimiento matemático para el desarrollo laboral y profesional futuro, dejan en claro que la enseñanza de la matemática es también un problema de equidad. Las bajas competencias matemáticas de muchos de nuestros niños y niñas los coloca en una situación de exclusión desde muy temprano. Por tanto, promover la educación matemática en las primeras etapas de la vida contribuye a formar ciudadanos y ciudadanas capaces de comprender y participar en las discusiones que nuestras sociedades tienen planteadas hoy y, aún más, las que vendrán en un futuro próximo (de León & Maiche, 2022). En este sentido, debemos promover que la matemática sea parte de la vida de todos, como una apuesta que busca fortalecer, también, la democracia.

La investigación sobre las habilidades matemáticas se ha centrado fundamentalmente en determinar cuáles son los bloques cognitivos principales sobre los que se construye la noción de número y los primeros conceptos matemáticos. Entender qué habilidades son la base de la matemática es fundamental para diseñar estrategias de enseñanza que eviten que la matemática se convierta en otro factor de exclusión. Las investigaciones en desarrollo cognitivo de los últimos veinte años han mostrado con claridad que los bebés y los niños y niñas en edad preescolar tienen un interés natural y una comprensión compartida sobre los números y la geometría, independientemente de la cultura de la que provengan (Dehaene, Izard, Pica, & Spelke, 2006; Jara-Ettinger, Gweon, Schulz, & Tenenbaum, 2016; Spelke, 2022). Venimos al mundo con una comprensión rudimentaria de las cantidades, generalmente denominada sentido numérico. Por tanto, podemos decir que los bebés tienen un sentido intuitivo, aproximado y no simbólico del número que permanece activo durante toda su vida. Este sentido numérico facilita la aproximación a la cantidad de objetos presentes en un conjunto, siendo el precursor de la capacidad para estimar (i.e: la cantidad de personas en el ómnibus o aproximadamente cuántas galletas quedan todavía en el paquete).

Esta capacidad denominada sentido numérico es fundamentalmente perceptiva, permite manipular y comparar cantidades de elementos de manera no simbólica (Hubbard et al., 2008). Conocemos bastante bien el funcionamiento de este sentido numérico, habiendo identificado incluso las regiones del cerebro involucradas en este tipo de procesamiento que implica al Sistema Numérico Aproximado (ANS). Investigaciones recientes han demostrado que este sistema es funcional, incluso en recién nacidos de tan solo dos días de vida (Izard, Sann, Spelke, Streri, 2009). Por tanto, podemos asumir que los fundamentos de nuestro conocimiento matemático tienen puntos de partida muy similares para todos los seres humanos, aunque luego las diferentes experiencias e interacciones nos vayan posicionando de manera distinta con respecto a este conocimiento.

Hoy sabemos que esta capacidad para estimar sirve de soporte a la noción de número como símbolo y facilita la adquisición de habilidades numéricas durante la etapa escolar. Los niños aprenden el significado de los símbolos numéricos a partir del “mapeo” entre magnitudes no simbólicas preexistentes y los símbolos. Los símbolos numéricos adquieren su significado progresivamente en su relación con el sistema no simbólico, lo que ubica al ANS como parte esencial de las bases del procesamiento matemático. Dicha secuencia en el surgimiento de la capacidad simbólica, así como la correlación que los datos muestran entre la precisión del ANS y el desempeño matemático (Starr, Libertus & Brannon, 2013), permiten pensar en programas de intervención específicos que apunten a refinar este sistema para fortalecer las capacidades matemáticas en los primeros años de escolarización. En este sentido, estimular el ANS podría ser útil para reducir futuras las diferencias en matemáticas formales.

En el grupo de Cognición Matemática de CICEA venimos trabajando en comprender mejor las relaciones entre el ANS y las competencias matemáticas tempranas. Nuestros resultados sugieren que el ANS puede ser entrenado y que esto podría favorecer el aprendizaje de la matemática (Valle Lisboa et al., 2017; Odic et al., 2016; Maiche, 2019). Desde el punto de vista teórico, nos interesa desentrañar el complejo entramado de capacidades que se ponen en juego para lograr la conceptualización del número como símbolo en el inicio de la escolarización formal. Y, desde el punto de vista práctico, nos interesa aportar ideas y herramientas que puedan ser trasladadas al aula y potencien el aprendizaje y el gusto por la matemática.

En tal sentido, además de las investigaciones mencionadas, en el grupo hemos apostado fuertemente por el desarrollo de herramientas que sean capaces de evaluar las competencias matemáticas tempranas. La Prueba Uruguaya de Matemática (PUMa[1]) es una herramienta que brinda información a los docentes sobre las habilidades matemáticas simbólicas y no simbólicas en niños y niñas de entre cinco y siete años. PUMa es una prueba de evaluación que se realiza como un juego, en un contexto lúdico, mediante dispositivos tecnológicos y de muy fácil aplicación. Se basa en el concepto de evaluación invisible que propone el monitoreo de habilidades mediante tareas lúdicas que no impliquen los procesos de ansiedad habitualmente presentes cuando el niño identifica que está siendo evaluado (Rosas et al, 2015; Shute, 2011). Además, PUMa le permite al docente obtener evidencia sobre los niveles de desempeño de su grupo y de cada uno de los niños y niñas en las distintas habilidades que componen la competencia matemática en relación a un baremo realizado para todas las escuelas públicas del país en 2023. Pensamos que PUMa puede ser un recurso valioso para enriquecer la planificación docente y las prácticas de aula.

En el libro de lecturas que presentamos a continuación, encontrarán algunas de nuestras investigaciones donde utilizamos estas herramientas para evaluar los efectos de intervenciones en cognición matemática realizadas en contexto de aula. El primer capítulo se centra en cómo trasladar al aula algunas de estas ideas para favorecer el aprendizaje de la matemática en los primeros años de escolarización. El capítulo 2 presenta una revisión histórica del surgimiento de algunas de estas ideas y prácticas de investigación en el contexto uruguayo. Es interesante ver los momentos y los grupos de diferentes universidades del país que han estado involucrados en la cognición matemática en las últimas décadas. El capítulo 3 muestra cómo las actividades cotidianas del hogar resultan importantes para el conocimiento matemático de los más pequeños y brinda algunas ideas sencillas que podríamos sugerir a los padres para realizar en la casa con sus hijos. El capítulo 4 profundiza en las discusiones actuales en ciencia cognitiva sobre el rol del sistema numérico aproximado en el aprendizaje de la matemática temprana. Es, sin dudas, un artículo importante para aquellos que quieran estar actualizados sobre los debates teóricos vigentes en el campo de la cognición numérica a nivel internacional. El último capítulo es el único escrito en inglés, ya que es parte de un libro internacional recientemente publicado sobre los estudios realizados sobre ciencia cognitiva y educación en Latinoamérica. Allí presentamos algunas de las intervenciones en matemática que ha realizado nuestro grupo en los últimos años y mostramos el rol que puede tener la tecnología en el aprendizaje de la matemática, fundamentalmente para aquellos niños y niñas que provienen de hogares con menos oportunidades. Asimismo, proponemos algunas ideas y recomendaciones para el uso de tecnologías educativas en contextos de bajo nivel socioeconómico.

En términos generales, los capítulos intentan abordar diferentes aspectos desde una perspectiva novedosa para el país en relación al abordaje de la enseñanza de la matemática. Creemos firmemente que es posible construir una enseñanza de la matemática temprana basada en estos principios y así forjar una sociedad más justa con ciudadanos críticos capaces de comprender las relaciones matemáticas implícitas en el mundo. Esperamos que los artículos que siguen a esta breve introducción sean un primer paso en esta dirección.

Alejandro Maiche
Prof. Titular Psicología Cognitiva. Facultad de Psicología-UdelaR

Paola García

Asistente grado 2, Grupo Cognición Matemática; CICEA-UdelaR.

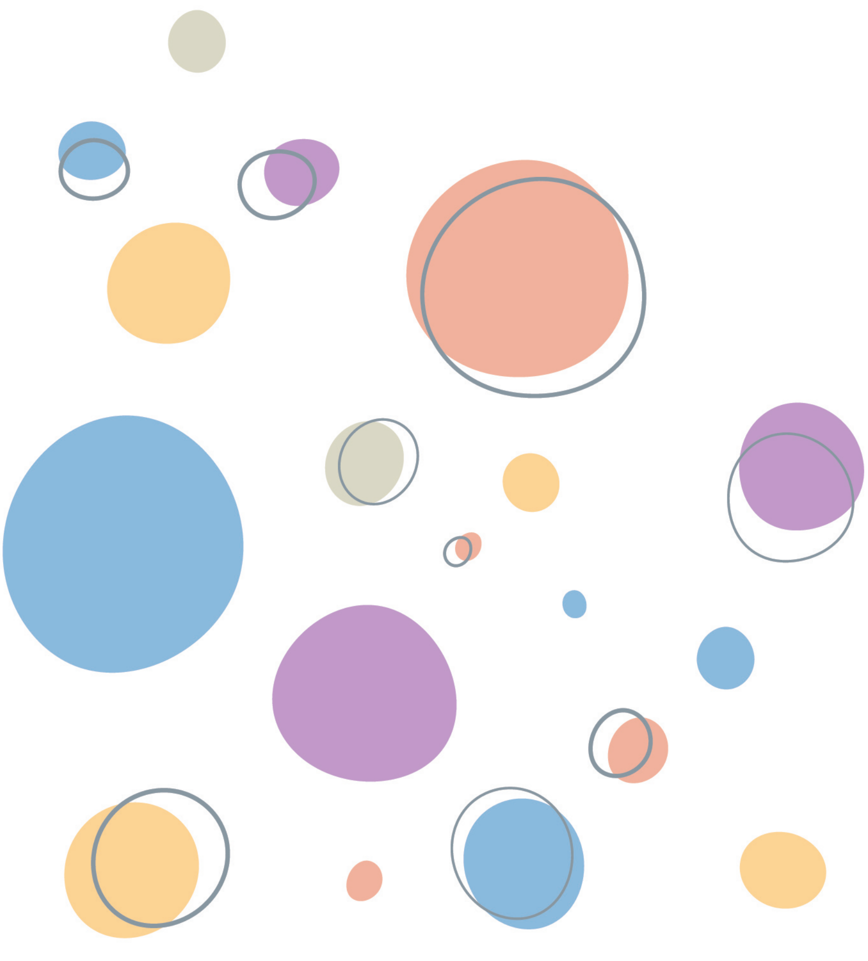
Marcela Mena

Asistente grado 2, Grupo Cognición Matemática; CICEA-UdelaR.

1 https://puma.cicea.uy

BIBLIOGRAFÍA

- Araújo, P; García, P. & Maiche, A. (in prep) Vacaciones de verano y su impacto en el rendimiento matemático en los primeros años de la escuela.
- Case, R., Griffin, S., & Kelly, W. M. (1999). Socioeconomic gradients in mathematical ability and their responsiveness to intervention during early childhood. In D. P. Keating & C. Hertzman (Eds.), Developmental health and the wealth of nations: Social, biological, and educational dynamics (pp. 125-149). New York, NY, US: The Guilford Press.
- Cerda, G., & Pérez, C. (2014). Competencias matemáticas tempranas y actitud hacia las tareas matemáticas. Variables predictoras del rendimiento académico en educación primaria: Resultados preliminares. International Journal of Developmental and Education Psychology, 1 (7), 469-476.
- de León, D., & Maiche, A. (2022). Claves cognitivas para enseñar matemática en la escuela. En J. Valle Lisboa, & V. Nin (Eds), Aportes de las ciencias cognitivas a la educación (p. 37). CSIC-Universidad de la República.
- Dehaene, S., Izard, V., Pica, P., & Spelke, E. (2006). Core Knowledge of Geometry in an Amazonian Group. Science, 311(5579), 381–384. https://doi.org/10.1126/science.1121739
- Hubbard, E. M., Diester, I., Cantlon, J. F., Ansari, D., Opstal, F. V., & Troiani, V. (2008). The Evolution of Numerical Cognition: From Number Neurons to Linguistic Quantifiers. Journal of Neuroscience, 28(46), 11819–11824. https://doi.org/10.1523/JNEUROSCI.3808-08.2008
- INEEd (2023). Aristas 2022. Informe de resultados de tercero de educación media. Resumen ejecutivo. Recuperado de: https://www.ineed.edu.uy/images/Aristas/Publicaciones/Aristas2022/Aristas-2022-Resumenejecutivo.pdf
- Izard, V., Sann, C., Spelke, E., & Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 10382-10385.
- Jara-Ettinger, J., Gweon, H., Schulz, L. E., & Tenenbaum, J. B. (2016). The Naïve Utility Calculus: Computational Principles Underlying Commonsense Psychology. Trends in Cognitive Sciences, 20(10), 785. https://doi.org/10.1016/j.tics.2016.08.007
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early Math Matters: Kindergarten Number Competence and Later Mathematics Outcomes. Dev Psycho, 45, 850-867.
- Lipina, S. J., & Posner, M. I. (2012). The impact of poverty on the development of brain networks. Frontiers in Human Neuroscience, 6(August), 238.
- Lipina, S.J., Segretin, M.S. (Eds.). Exploraciones neurocientíficas de la pobreza. Erice, Italy: International School of Mind, Brain and Education – Ettore Majorana Foundation for Scientific Culture, 2019 (ISBN: 978-987-86-2055-8).
- Maiche, A. (2020). Math, SES, and democracy: Why are they so related? IBE Science of learning portal. IBE-UNESCO. Disponible en: https://solportal.ibe-unesco.org/articles/math-ses-and-democracy-why-are-they-so-related
- Maiche, A. (2019). Math stimulation from birth IBE Science of learning portal. IBE-UNESCO. Disponible en: https://solportal.ibe-unesco.org/articles/math-stimulation-from-birth/
- Odic, D., Lisboa, J. V., Eisinger, R., Olivera, M. G., Maiche, A., & Halberda, J. (2016). Approximate number and approximate time discrimination each correlate with school math abilities in young children. Acta psychologica, 163, 17-26.
- Rosas, R. et al (2015). ¿Pruebas Tradicionales o Evaluación Invisible a Través del Juego?: Nuevas Fronteras de la Evaluación Cognitiva. Psykhe, 24 (1), 1-11. https://dx.doi.org/10.7764/psykhe.23.2.724
- Schibli, K., Wong, K., Hedayati, & D'Angiulli, A. (2017). Attending and learning under socioeconomic disadvantage: Developmental cognitive and social neuroscience of resilience and vulnerability. Annals of the New York Academy of Sciences, 1396, 19-38.
- Shute, V. J. (2011). Stealth assessment in computer-based games to support learning. En Tobias, S. & Fletcher, J. D. (Eds.), Computer games and instruction (503-524). Charlotte, NC: Information Age.
- Spelke, E. S. (2022). What babies know: Core Knowledge and Composition, Vol. 1. NY: Oxford University Press.
- Starkey, P. Klein, A. & Wakeley, A. (2004). Enhancing young children's mathematical knowledge through a pre-kindergarten mathematics intervention. Early Childhood Research Quarterly, 19, 99-120.
- Starr, A. Libertus, M.E., & Brannon, E.M. (2013). Number sense in infancy predicts mathematical abilities in childhood. Proceedings of the National Academy of Sciences 110 (45), 18116-18120, 10.
- Valle Lisboa, J., Cabana, A., Eisenger, R., Mailhos, A., Luzardo, M., Halberda, J., Maiche, A (2017). Cognitive abilities that mediate the effect of SES on elementary symbolic mathematics learning in the Uruguayan tablet based intervention. Prospects. Comparative Journal of Curriculum, Learning, and Assessment, 47 (1), 1-15.



Esta selección incluye parte de la producción académica del Grupo de Cognición Matemática del Centro Interdisciplinario en Cognición para la Enseñanza y el Aprendizaje de la Universidad de la República. En este compilado se incluyen los siguientes capítulos de libros y artículos:

COGNICIÓN NUMÉRICA
http://cognicionnumerica.psico.edu.uy

Contenidos

CAPÍTULO

01

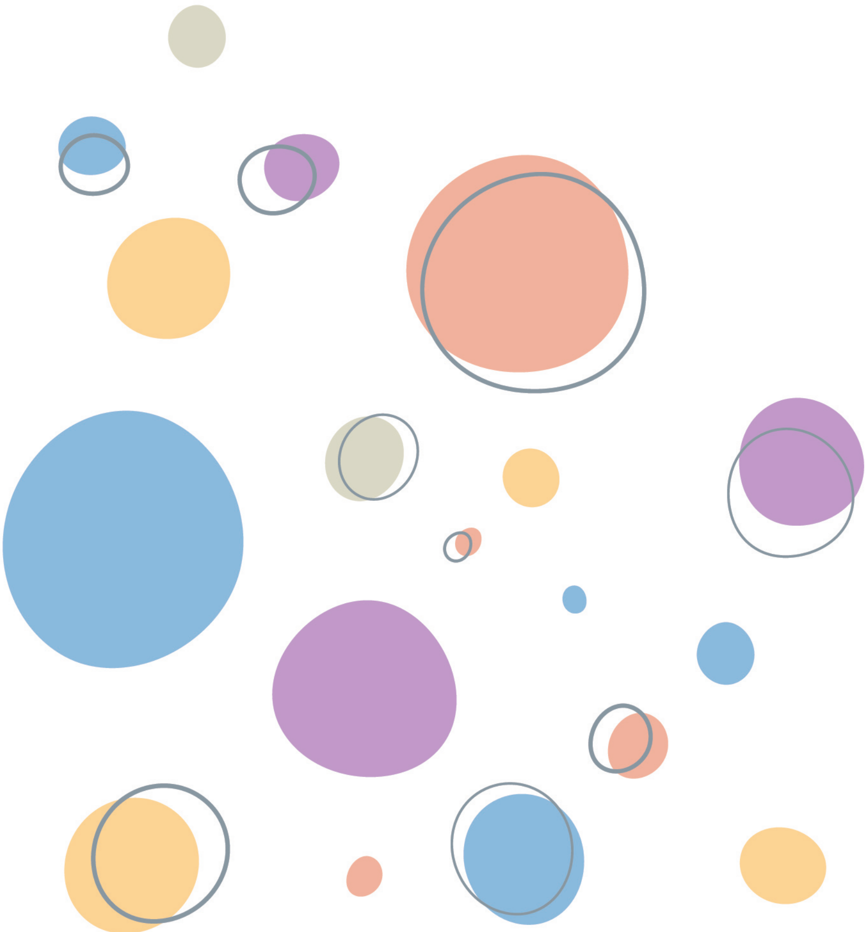
CLAVES COGNITIVAS PARA ENSEÑAR MATEMÁTICA EN LA ESCUELA

DINORAH DE LEÓN & ALEJANDRO MAICHE

Capítulo de libro

Aportes de las Ciencias Cognitivas a la Educación

Índice



1. Introducción: delimitando el problema

Nuestra vida cotidiana está llena de situaciones en donde debemos procesar información matemática para tomar una decisión o guiar nuestro comportamiento. Esto sucede, por ejemplo, cuando vamos de compras, cuando pensamos en estimar el tiempo que nos llevará ir a un lugar determinado o al preparar una receta de cocina. Por más sencillas y automatizadas que estén estas tareas, en todas hay información matemática que estamos procesando, la mayoría de las veces sin darnos cuenta. Todos los días los seres humanos realizamos este tipo de tareas, independientemente de nuestro nivel de desempeño formal en matemática.

Si analizamos con un poco más de profundidad estas situaciones cotidianas, podemos ver rápidamente que la matemática puede ser considerada más que una simple herramienta descriptiva, ya que puede verse también como un fundamento para la toma de decisiones y acciones y, por tanto, un conocimiento que impacta en el desarrollo social a través de la tecnología y la economía. Es en este sentido que podemos considerarla como una fuente de poder (Skovsmose, 1998). Desde esta perspectiva, cabe preguntarse por el objetivo de la enseñanza de la matemática: ¿Necesitamos niños/as críticos que puedan cuestionar la realidad en base a razonamientos matemáticos? ¿Qué pasaría si encontramos un método de enseñanza que sea tan efectivo que nos asegure que todos los niños/as serán muy buenos/as en matemática? ¿Qué parte de lo social se están perdiendo aquellos que no son buenos en esta disciplina? Pensar la enseñanza de la matemática teniendo en mente este componente político nos empuja, como científicos, a diseñar estrategias más democráticas y efectivas (Skovsmose, 1998). Es en este sentido que la discusión sobre los desempeños académicos -especialmente en matemática- es, en sí misma, una discusión sobre las posibilidades de la democracia.

La democracia se sustenta en la idea general de que todos los ciudadanos tienen los mismos derechos y obligaciones (todos somos iguales ante la ley). Sin embargo, sabemos que no todo el mundo es igual en términos de conocimiento, y menos iguales somos en términos de conocimiento matemático. Esto atenta contra el funcionamiento normal de nuestras democracias ya que, para comprender la mayoría de los temas que forman parte del debate político, los ciudadanos necesitan -cada día más- un buen nivel de comprensión en matemática. Las discusiones normales sobre economía, educación o incluso sobre el medio ambiente requieren tener algunos conocimientos matemáticos claros y ser capaces de calcular porcentajes, probabilidades o simplemente de comprender la información que proporciona un gráfico.

Sin embargo, los resultados de las pruebas internacionales (como por ejemplo el Programa para la Evaluación Internacional de Competencias de los Adultos, PIAAC) revelan que este no es el caso en muchos países. Parece claro que una gran cantidad de adultos de diferentes países democráticos no cuentan con las herramientas básicas para comprender buena parte de los temas que se suelen discutir en las campañas políticas y, por consiguiente, son más vulnerables a las que están basadas en información falsa o engañosa (o las llamadas “noticias falsas”).

Desde esta perspectiva, la enseñanza de la matemática desde edades muy tempranas puede ser considerada como una política social que promueve la equidad en nuestras sociedades. El conocimiento cuantitativo y numérico específico es más predictivo de logros posteriores que las pruebas de inteligencia o capacidad de memoria (Siegler, et al., 2012). La precocidad matemática en la vida parece predecir contribuciones creativas posteriores y liderazgo en roles ocupacionales críticos. Por eso, mejorar la capacidad matemática desde el principio (cuando es más fácil de hacer) debe considerarse una política de equidad hacia el porvenir, porque el conocimiento matemático será un factor determinante para la vida futura.

La matemática es una forma de pensar en la que la razón y los argumentos adecuados toman el protagonismo. Por eso, la educación matemática es un factor clave para el fortalecimiento de la democracia. La equidad en el aprendizaje de la matemática es la piedra angular de una sociedad libre. Disuade a quienes quieren dominar a la gente y, por esta razón, la democracia debe abordar los malos resultados en matemática como un problema fundamental, un ataque real a sus bases. De esta manera, promover la educación matemática en las primeras etapas de la vida no solo contribuye a la equidad, sino que también ayuda a crear ciudadanos empoderados y capaces de participar en buena parte de las discusiones que nuestras sociedades tienen planteadas hoy y, aún más, en el futuro.

Como investigadores de los procesos implicados en el aprendizaje de la matemática, nos abocamos a diseñar intervenciones que puedan mejorar las habilidades matemáticas de los niños y niñas. Este es uno de los principales objetivos del naciente campo de la neurociencia educativa y, en particular, de la cognición matemática, que es una disciplina que apuesta a involucrarse cada vez más en la formulación de políticas públicas en educación.

1.1 Cognición matemática: ¿qué y para qué?

La cognición matemática se define como un área de estudio que busca comprender los procesos cognitivos que subyacen al conocimiento matemático (Gilmore, Göbel & Inglis, 2018). El campo de la cognición numérica y matemática se ha expandido enormemente en las últimas décadas. En la figura 1 se muestra el aumento que ha tenido la utilización del término “mathematical cognition” o “numerical cognition” en el resumen de las publicaciones científicas publicadas entre 1992 y 2016.

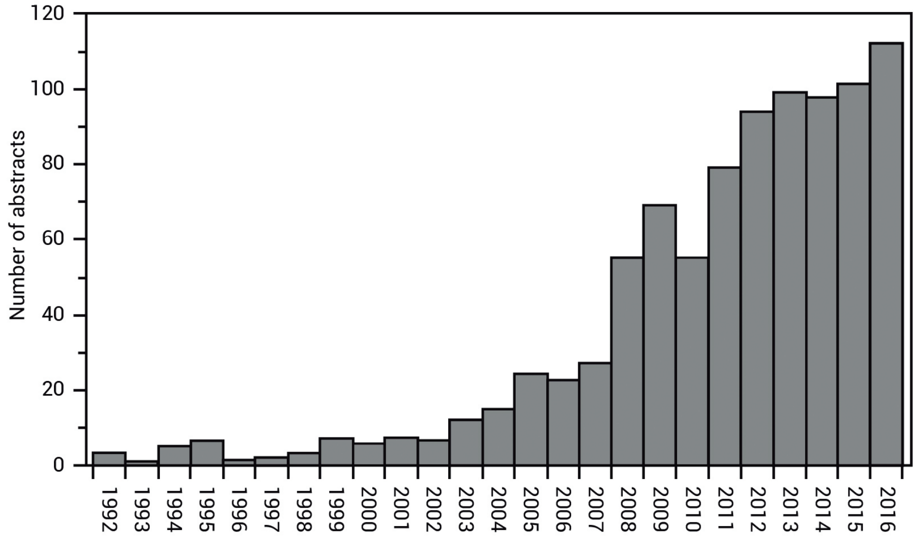


Figura 1. Cantidad de artículos publicados entre 1992 y 2016 cuyos resúmenes incluyen los términos "mathematical cognition" o "numerical cognition": Tomado de Gilmore; Göbel & Inglis (2018).

Esta nueva disciplina incluye científicos provenientes de diferentes áreas como la didáctica, la psicología y la neurociencia, permitiendo la confluencia de múltiples saberes y avances sustanciales en nuestra comprensión de la evolución del cerebro y los sistemas cognitivos que soportan la posibilidad de representar magnitudes (Geary, Berch y Koepke, 2014). Su importancia puede entenderse más allá del aprendizaje de problemas matemáticos en el aula, ya que el conocimiento matemático impacta directamente en diferentes situaciones prácticas de la vida cotidiana.

En Uruguay, los estudios en las diferentes temáticas que aborda la cognición matemática también han ido en aumento. Recientemente, nuestro equipo ha publicado un artículo que intenta rastrear los orígenes de los estudios en este campo en nuestro país, así como los trabajos más actuales que se realizan, fundamentalmente en el área de predictores, diseño de intervenciones y desarrollo de herramientas (Koleszar et al. 2020). Se muestra allí que las investigaciones en cognición matemática presentan un acumulado de resultados que, lamentablemente, aún permanecen alejados de la formación docente, de los currículums y, por consiguiente, de la práctica educativa en la mayoría de los casos.

Esta distancia —aún hoy demasiado lejana— entre los avances de investigación en cognición y las prácticas de aula, es algo que ya adelantaba en 1997 el filósofo John Bruer en su artículo «Education and The Brain: a bridge too far» (Bruer, 1997). Probablemente haya varias razones que la expliquen, pero sin dudas la limitada capacidad que han mostrado nuestros resultados de investigación para transformarse en asidero de las prácticas de aula es una de ellas. También puede deberse a que la neurociencia no sea el camino más directo para llegar a influir en las prácticas educativas, como sostiene el psicólogo de la Universidad de Bristol, J. Bowers, en su crítica del año 2016 a la neurociencia educacional (Bowers, 2016).

La investigación educativa es, probablemente, una de las áreas más difíciles de la investigación ya que debe lidiar con condiciones dinámicas como el poder del contexto y las interacciones sociales que se desarrollan en los ambientes (Berliner, 2002). Sin embargo, esta característica hace aún más importante que los conocimientos sobre las bases cognitivas del aprendizaje sean una pieza fundamental de la planificación del aula. La aplicación de conocimientos neurocognitivos a las prácticas escolares es algo relativamente reciente en la historia de la educación y configura una nueva área donde cada vez hay más conocimiento especialmente dirigido a este objetivo (Dehaene, 2021; Sigman y col., 2014). El presente capítulo pretende justamente contribuir a fortalecer este vínculo y ser útil para la práctica educativa, con especial foco en la enseñanza de la matemática. Su organización implica cuatro grandes apartados. En el primero se realiza un breve repaso de las características del desarrollo de las habilidades matemáticas en la primera infancia, para comprender, a partir de allí, la importancia del lenguaje y del involucramiento de las familias en su aprendizaje. Luego, en un segundo apartado, se examinan los principales factores sociales que inciden en dicho desarrollo y que pueden afectar la evaluación de desempeño. Esto muestra la dificultad inherente a la evaluación de las habilidades matemáticas tempranas; tema que se aborda en el apartado 3, donde se presenta también una herramienta desarrollada por nuestro equipo para evaluar las habilidades matemáticas en niños de educación inicial (5 años) y 1er. año escolar (6 años): PUMa. Finalmente, en el cuarto y último apartado, se discuten algunos elementos y estrategias que surgen de la investigación en cognición matemática y que pensamos son factibles de ser aplicados en el aula y las prácticas educativas de enseñanza de la matemática.

2. El desarrollo de las habilidades matemáticas

Uno de los investigadores que más aportó a lo que sabemos hoy sobre los mecanismos cognitivos del aprendizaje en los primeros años de vida fue, sin dudas, Jean Piaget (1896-1980). En su teoría psicogenética hizo énfasis en que el proceso de aprendizaje es una construcción donde el sujeto tiene un papel central y activo en interacción permanente con el mundo exterior. Esta noción, que da origen al constructivismo, tuvo (y aún tiene) una gran influencia en el diseño de la mayor parte de los programas educativos modernos, donde el aprendizaje es concebido como una construcción interna que realiza el ser humano a partir de la comprensión de las relaciones con los objetos del mundo exterior. Según esta teoría, es mediante el descubrimiento de las regularidades del entorno que los niños comienzan a armar nociones sobre el comportamiento de los objetos que, a su vez, son la base sobre la que se construirán conocimientos cada vez más abstractos. Sin embargo, no está claro en la teoría piagetiana cuál es el punto de partida del conocimiento en los niños ni tampoco el origen de la capacidad de abstracción o de representación.

Podemos decir que toda capacidad matemática requiere capacidad para representar o simbolizar. Es por esta razón que la progresión en las habilidades y destrezas matemáticas de los niños acompaña las posibilidades de estos para simbolizar y desarrollar pensamiento abstracto. Por lo tanto, podemos asumir que bajo cualquier progresión de habilidades matemáticas reside una progresión similar para la capacidad de operar con símbolos y modelos mentales cada vez más complejos (Tall, 1994). Desde el punto de vista clásico (Piaget, 1973; 1982), se considera que la capacidad simbólica se desarrolla a partir de los dos años, con la emergencia del lenguaje, la pérdida progresiva de perspectiva egocéntrica y la aparición de cierto grado de lógica. Sin embargo, en los últimos años, el estudio de la cognición en bebés ha aportado datos que cuestionan fuertemente la idea de que la capacidad simbólica surge tardíamente en los niños. De hecho, la pregunta por las condiciones que permiten el surgimiento de las ideas abstractas y los conceptos es un área de fuerte debate, donde buena parte de los investigadores cognitivos contemporáneos se esfuerzan en precisar los mecanismos por los que podría emerger dicha capacidad en los humanos (para más detalle sobre este asunto, véase: Carey, 2003 y Colunga y Smith, 2003).

Además de los supuestos teóricos en los que Piaget sustenta sus postulados de desarrollo cognitivo, la metodología utilizada para realizar sus experimentos también ha sido cuestionada, ya que está basada en la observación de un pequeño número de casos o reportes clínicos. Por otro lado, por más que Piaget era biólogo (devenido luego, para muchos, en psicólogo del aprendizaje) sus escritos se centran en el funcionamiento mental, dando poco lugar a las estructuras biológicas que podrían soportar el desarrollo (tardío, para él) de determinadas competencias (Damon, Lerner, Kuhn y Siegler, 2006). De hecho, la teoría piagetiana considera, por ejemplo, que los niños no poseen habilidades matemáticas tempranas, ni tampoco un sistema de procesamiento de cantidades preestablecido. Para Piaget, la noción de número se adquiere tardíamente (5-6 años) y ocurre de manera progresiva mediante la interacción sensorial con el entorno (Dehaene, 2016).

Sin embargo, mucho se ha avanzado sobre el tema del surgimiento de la competencia matemática en los niños, ya que resulta un buen modelo para entender cómo surgen los conceptos y la capacidad de simbolizar. En 1992, Stanislas Dehaene propone un modelo para explicar cómo los niños podrían procesar los números y las cantidades mediante sistemas preestablecidos. En él (modelo de triple código; Dehaene & Cohen, 1995) se propone la existencia de tres sistemas con representaciones independientes, pero que interactúan entre sí en función de la tarea a resolver.

1. Un sistema de la cantidad, más conocido como sentido numérico (number sense), procesa la cantidad de manera no simbólica y utiliza una representación que no es verbal, pero incluye contenido semántico de proximidad (5 está cerca de 6). Se pone en juego, por ejemplo, cuando se comparan cantidades (más vs. menos) y también en tareas de aproximación. Se postula que está disponible desde el nacimiento, tanto para humanos como para animales.
2. Un sistema visual que participa de las representaciones y manipulaciones de los números en formato simbólico. Permite identificar a los números como cadenas de dígitos y por lo tanto se pone en juego, una vez que es aprendido a través de la instrucción formal, al momento de realizar operaciones complejas (Dehaene y Cohen, 1997).
3. Un sistema verbal en donde los números y sus relaciones se representan en formato verbal, tanto léxico como fonológico y sintáctico. Es un sistema que, para activarse, necesita de ciertos aprendizajes, ya que codifica las palabras que nominan a los números, las tablas de multiplicar, etc.

Por tanto, el modelo de triple código para el procesamiento de los números permite ordenar en tres sistemas independientes la codificación de los diferentes aspectos que están involucrados en el aprendizaje de la matemática temprana: la posibilidad de estimar y comparar cantidades de manera aproximada (sistema de la cantidad), la identificación y el reconocimiento visual de los números (sistema visual) y la posibilidad de decodificar y nombrar a los números como representaciones exactas de la cantidad (sistema verbal). A partir de esta división de competencias se pueden ubicar capacidades más específicas como la paridad en el sistema visual o el conteo en el sistema verbal (para más detalle sobre esto, véase Siemann y Petermann, 2018). Algunas de estas capacidades, como las codificadas por el sistema de la cantidad, parecen ser innatas y se relacionan directamente con determinadas áreas de la corteza cerebral.

Para Carey (2011), el desarrollo de los conceptos matemáticos tiene una representación primaria innata que funciona como punto de partida de los aprendizajes siguientes. Para Spelke (2000), los niños y adultos construyen nuevas habilidades a partir de la interacción de sistemas de componentes cognitivos que ya tienen una larga historia ontogenética y filogenética, y coinciden con Carey (2011), que describe a estos como «Core Knowledge Systems», o «sistemas de cognición nuclear», que son parte de las bases cognitivas con que venimos al mundo y se activan en el niño desde muy temprano en la vida, pero se desarrollan progresivamente con el aprendizaje.

Rodríguez y Scheuer (2015) coinciden con Carey (2011) en que los niños nacen con una «cognición nuclear» (Core Knowledge Systems) que podría ser la base neuropsicológica del aprendizaje matemático posterior, que es sustancialmente diferente a la idea de sistemas de dominio general de «construcción» planteada por Piaget. La idea que plantean estos autores "postpiagetianos" es justamente que el aprendizaje de la matemática se apoya en diferentes sistemas de conocimiento que son, además, utilizados en tareas diversas y que tienen una base filogenética común modificable por el aprendizaje (Carey, 2009; Dehaene, 1997; Gelman y Gallistel, 1986). La teoría de los sistemas de conocimiento nuclear postula que la organización y la adquisición de nuevas capacidades en la mente humana no ocurre ni mediante un sistema de propósito general (como sugiere Piaget), ni tampoco exclusivamente en base a ciertas predisposiciones o sistemas cognitivos (Carey, 2011). Por el contrario, la propuesta implica asumir que los seres humanos tenemos diferentes sistemas de "cognición nuclear", que son parte de las bases cognitivas con que venimos al mundo y se activan desde muy temprano en la vida, pero se desarrollan progresivamente con el aprendizaje (Kinzler & Spelke, 2007). Por ejemplo, en un experimento hecho con bebés apenas 48 horas después de nacer, se observó que los pequeños participantes orientaban su atención al estímulo visual consistente con la cantidad de elementos auditivos (un conjunto de tonos y pulsos), lo que mostraba que ya a las 48 horas de vida contamos con precursores de lo que conocemos como sentido numérico (de Hevia, Izard, Coubart, Spelke, & Streri, 2014). A partir de estos conceptos, autores como Aunio y Heiskari (2015) proponen un modelo para explicar el desarrollo de las habilidades numéricas a partir de cuatro factores que son: el sentido numérico que permitirá la comprensión de las relaciones matemáticas entre objetos, pasando luego al aprendizaje del conteo y las reglas que lo estructuran y, finalmente, el manejo de las operaciones básicas. Veamos en detalle cada una de estas cuatro fases del desarrollo de las habilidades numéricas.

1. El sentido numérico.

En los primeros meses de vida, niños y niñas se enfrentan a nociones matemáticas de tipo informal como, por ejemplo, la comparación de tamaños, distancias o cantidades. En este momento, cuando ya son capaces de discriminar entre dos conjuntos de elementos con distintas cantidades, comienzan a desarrollar una visión matemática del mundo. La comprensión de que un conjunto puede variar en su cantidad de elementos y la capacidad para reconocer un cambio en la cantidad cuando se agregan o se quitan elementos, se denomina sentido numérico (Dehaene, 1996).

El sentido numérico ha sido definido de diversas maneras. En la literatura podemos encontrar dos grandes líneas que difieren en su concepción. Por un lado, desde una postura más educacional, el sentido numérico hace referencia a aquellas habilidades que aparecen antes de la educación formal como, por ejemplo, la estimación de cantidades, la comparación entre números, los patrones numéricos, la estimación de magnitudes, entre otros (Tosto et al., 2017). Por otro lado, desde las neurociencias, se utiliza el concepto sentido numérico para referirse únicamente a las habilidades de tipo intuitivo de estimación y, por lo tanto, se define como un sentido de tipo preverbal no simbólico. Es interesante señalar que este sentido numérico es una habilidad antigua en la evolución y se encuentra presente también en otras especies. Así, algunos animales como las ratas o las palomas tienen la capacidad de representar cantidades mentalmente y transformarlas según reglas aritméticas utilizando un sistema que los investigadores llaman "acumulador", que les permite realizar este procesamiento (Meck y Church, 1983). Lo que resulta más interesante aún es que los bebés también tienen la habilidad de poder reconocer si a un pequeño conjunto se le han agregado o quitado elementos, es decir si ha cambiado su composición. El hecho de que desde edades muy tempranas (¡desde las 48 horas de haber nacido!) esté presente en nosotros una habilidad intuitiva para el procesamiento numérico resulta clave para comprender que venimos al mundo con una base innata sobre la cual se irán desarrollando las habilidades posteriores (Spelke, 2017). Desde esta concepción, el sentido numérico es la base de las habilidades matemáticas más complejas, dado que puede considerarse una habilidad que predice el desempeño matemático en edad escolar (Aunio & Räsänen, 2015).

De interés: midiendo el sistema numérico aproximado

En una investigación llevada a cabo recientemente por el equipo de investigación en cognición numérica (De León, López-Guzman & Maiche, en prep.), se midió el porcentaje de aciertos en tareas de comparación de cantidades. Frente a la pregunta ¿de qué lado de la pantalla hay más cantidad de puntos?, niños de nivel 5 y primer año de escuela respondieron, para conjuntos con diferentes proporciones, tal como se muestra en la figura.

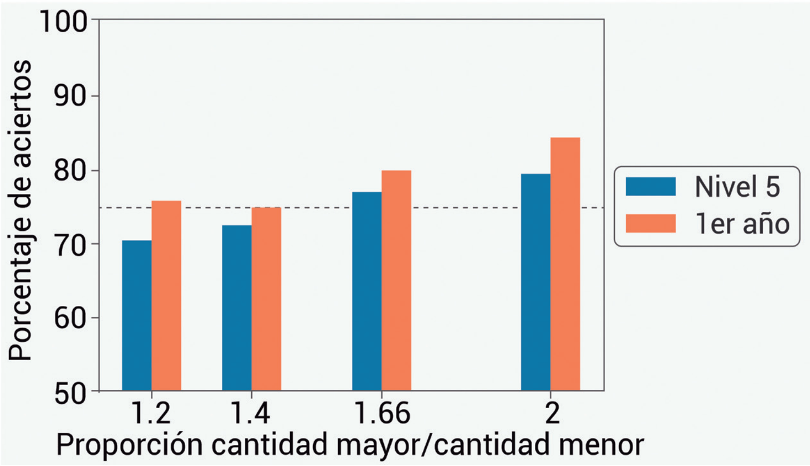


Figura 2. Porcentaje de aciertos de niños de 5 y 6 años en tareas de comparación numérica para distintas proporciones.

Como muestra la figura 2, a medida que la proporción entre conjuntos es mayor (es más evidente que un grupo tiene más puntos que el otro) el porcentaje de aciertos aumenta en ambos grupos. A su vez, los niños más grandes (naranja) aciertan más que los más chicos para todas las proporciones presentadas. Nótese que esta tarea no implica el manejo de contenido simbólico, ya que son tareas de comparación de puntos (para ver un ejemplo de esta tarea, véase la Prueba Uruguaya de Matemáticas -PUMA- que se presenta en el apartado 3 de este capítulo).

En la figura 2 se muestra la línea que significa alcanzar el 75% de aciertos, que puede considerarse el nivel donde los niños son capaces de discriminar la cantidad de puntos con confianza. Para el caso de los niños de 5 años esto ocurre ante una proporción de 1,66 (por ejemplo 10 puntos y 6 puntos) pero, para los niños de 6 años este nivel de acierto se alcanza con una proporción de 1,4 (10 puntos y 7 puntos). Estos datos coinciden con lo que muestra la literatura internacional al respecto para estas edades (Odic, Libertus, Feigenson & Halberda, 2013)

2. Las relaciones matemáticas implican, por ejemplo, el uso de los términos más, menos, mayor y menor. En esta etapa es de suma importancia el uso de materiales concretos para poder comparar objetos, ordenarlos según algún criterio lógico, y clasificar elementos a partir de una o más cualidades. En esta fase también ocurre el aprendizaje de la cardinalidad, que resulta esencial para las habilidades que se aprenderán posteriormente: la correspondencia entre elementos y la noción de las partes-todo, es decir la comprensión de que un conjunto mayor, está compuesto de partes (principio de adición).

3. El conteo implica aprender las palabras numéricas (uno, dos, etc), conocer su orden, saber que cada palabra corresponde a una cardinalidad determinada, entender que cada elemento se cuenta una sola vez y que el último elemento contado es el que representa la totalidad del conjunto (cardinalidad). Se trata de una de las nociones matemáticas que está más facilitada en nuestra cultura ya que se encuentra presente en canciones, juegos, cuentos, etc. Esta capacidad será la base para el posterior aprendizaje de la aritmética y está fuertemente relacionada con el uso de las palabras numéricas. Mediante el conteo los niños son capaces de crear una asociación entre una numerosidad y una representación simbólica de las cantidades. El aprendizaje de la cardinalidad es un hito en el desarrollo numérico porque permite asignar un significado numérico a símbolos arbitrarios definidos por la cultura (Sella, Hartwright, & Cohen Kadosh, 2018).

4. Por último, el aprendizaje de la **aritmética básica** se logra mediante el uso de principios lógico matemáticos de sumas y restas sencillas y los símbolos matemáticos que darán lugar a la comprensión de las operaciones cada vez más complejas.

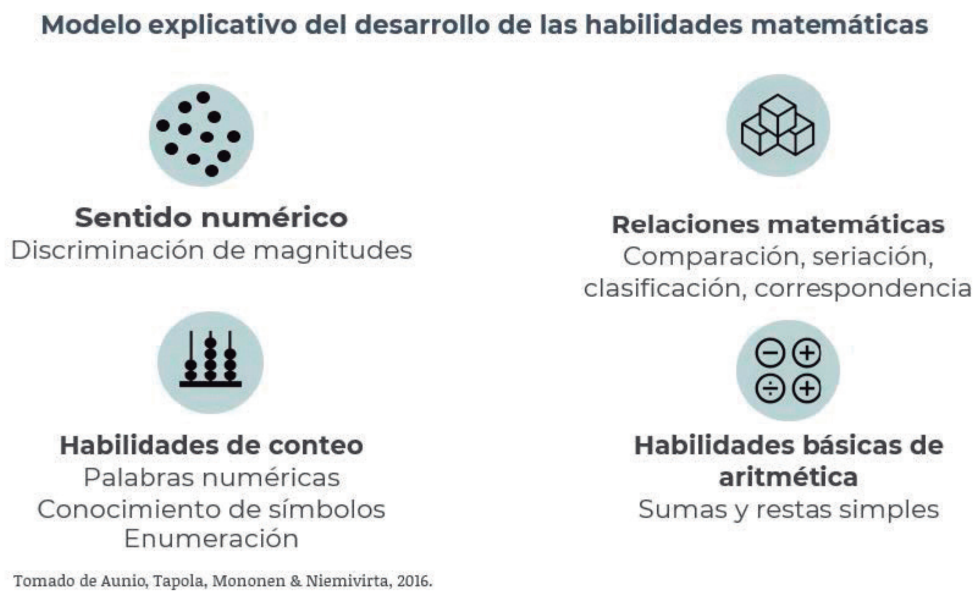


Figura 3. Hitos en el desarrollo de las habilidades matemáticas según el modelo propuesto por Aunio y Heiskari, (2015). Tomado de Aunio, Tapola, Mononen & Niemivirta, 2016.

Como el lector habrá podido observar, el tránsito por las diferentes fases que plantea el modelo asume la progresiva influencia del lenguaje. Es claro que el manejo de las relaciones matemáticas, el conteo y, por supuesto las aritméticas, se apoyan fuertemente en el uso del lenguaje. De hecho, las interacciones entre lenguaje y matemática vienen siendo muy discutidas e investigadas en la literatura cognitiva en los últimos años (para una revisión sobre este tema, véase Spelke 2017). A continuación, describimos brevemente algunos de los últimos descubrimientos en relación a cómo influye el lenguaje en el aprendizaje de la matemática y un trabajo en curso que se está desarrollando en nuestro grupo.

2.1 El lenguaje

La importancia del lenguaje en el desarrollo de las habilidades matemáticas parece incuestionable. Parte de nuestro conocimiento matemático está ligado al uso del lenguaje, ya que es a través de él que podemos crear una representación de las cantidades y así comprender el significado de los números (Spelke, 2001). Es mediante el uso de frases compuestas por un sustantivo y un determinante, por ejemplo “una taza”, “un gato”, que se comienza a comprender el significado de las palabras que hacen alusión a las cantidades numéricas (“Juan tiene tres animales”). Los niños comienzan a entender las palabras que refieren a los números uno, dos y tres mediante el mapeo de frases con sustantivo que contienen representaciones de conjuntos del 1 al 3 (Spelke, 2017).

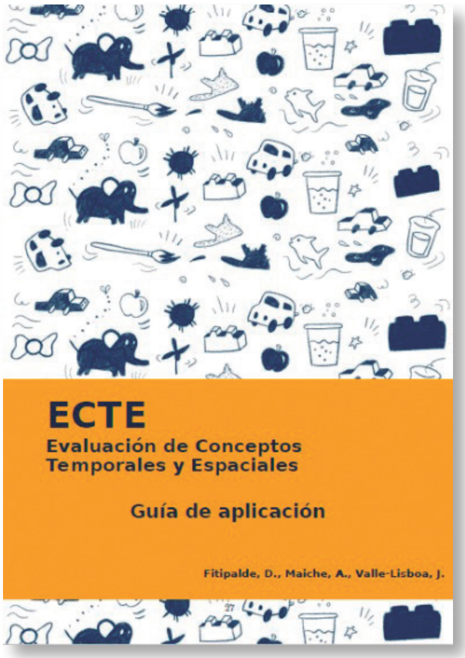
Una subárea de interés es el vocabulario específicamente matemático, es decir el uso de las palabras que refieren a las cantidades numéricas (uno, dos, tres) así como a las palabras que definen las posibles relaciones que se pueden establecer entre cantidades y magnitudes (mayor, menor, igual, muchos, pocos, quitar, un poco, la mayoría, más)

Algunas investigaciones han mostrado que, si se estimula el uso de lenguaje matemático en niños de entre tres y cinco años de edad, se encuentran mejoras en las habilidades numéricas (Purpura & Napoli, 2017). A su vez, el nivel de vocabulario matemático que manejan los niños de entre tres y cinco años es un predictor del desempeño matemático (Purpura y Logan, 2015).

El desarrollo de las habilidades matemáticas se produce en la interrelación entre estructuras preestablecidas (con las que el niño viene al mundo como, por ejemplo, el sistema de la cantidad) y un ambiente que provee experiencias suficientes, variadas, sostenidas en el tiempo y, en el mejor de los casos, guiadas por otro con mayor experiencia. En este sentido, tanto la calidad del contexto en donde se produzca este desarrollo, como la calidad de las interacciones con los otros, serán elementos determinantes para el aprendizaje en general y de la matemática, en particular.

De interés: midiendo el sistema numérico aproximado

En el Centro Interdisciplinario en Cognición para la Enseñanza y el Aprendizaje se está llevando a cabo un estudio de las relaciones entre las habilidades matemáticas y el lenguaje, en particular con la adquisición de las nociones de orden y los términos lingüísticos que denotan relaciones espaciales o temporales. Para el desarrollo del estudio se creó un instrumento de evaluación de conceptos temporales y espaciales (ECTE). Los resultados preliminares muestran una asociación clara entre las habilidades matemáticas y los conceptos temporoespaciales.



Llegados a este punto, es probable que el lector tenga claro que el desarrollo de las habilidades matemáticas en los niños se asienta en algunas características innatas pero que, al mismo tiempo, las interacciones a las que están expuestos en las primeras etapas de su vida resultan determinantes. En este sentido, el papel de las familias en el aprendizaje de las matemáticas tempranas resulta un factor clave que, lamentablemente, nuestros sistemas educativos no han logrado incorporar aún de una manera sistemática.

2.2 El involucramiento de las familias en el aprendizaje matemático

Podemos pensar al ambiente familiar como el principal contexto en donde el desarrollo cognitivo tiene lugar, aunque, por supuesto, no es el único. Muchas investigaciones han mostrado que los padres, cuando se involucran en el aprendizaje, generan un efecto positivo importante en el desempeño académico de sus hijos (Cotton & Wikelund, 1989). Las investigaciones muestran que aquellos niños cuyos padres están más involucrados en su educación, muestran niveles académicos más altos que aquellos cuyos padres se involucran menos, incluso cuando se controla por el IQ de los niños (Topor, Keane, Shelton & Calkins, 2010). Existen diversas formas en que las familias pueden comprometerse con el aprendizaje de sus hijos/as, algunas más directas y otras menos. Por ejemplo, las creencias y las metas que los padres tienen para sus hijos y cómo dirigen sus esfuerzos para lograrlas son una de las formas más importantes de involucramiento. Otros elementos que se consideran a la hora de medir el involucramiento de los padres son la percepción de su propio rol con respecto al desarrollo del niño, el clima emocional y el ambiente de aprendizaje que se crea en el hogar y también las conexiones con el mundo exterior (el apoyo de otros familiares, vecinos o amigos). Estas características definen lo que se conoce como parentalidad. Esta, en consecuencia, depende de factores tanto genéticos y experienciales como de la composición familiar, el nivel socioeconómico, el nivel educativo y el tipo de trabajo que tienen los padres (Luster & Okagaki, 2006). Por tanto, resulta evidente que no todos los padres tienen las mismas oportunidades o recursos para implicarse en esta tarea (Coleman, 2018).

Las investigaciones en relación al aprendizaje de los conceptos matemáticos han mostrado que los padres son capaces de proveer distintos niveles de soporte a sus hijos ajustando su comportamiento según el desempeño del niño. El apoyo de los padres no siempre tiene como resultado una mejora en la estrategia que usan los niños, ya que la relación entre el comportamiento de los padres y el desempeño del niño es compleja y dependiente del contexto (Bjorklund, 2004). Los resultados muestran que los niños cuyos padres se involucran voluntariamente en el aprendizaje suelen tener mejores resultados que aquellos que se involucran de una manera reglada (de León et al; 2021; Jeynes, 2012).

Los datos sobre el involucramiento de los padres en los aprendizajes de sus hijos, recabados a través de la encuesta TERCE 2015 (INEEd, 2015), muestran que Uruguay es uno de los países de la región en donde dicho involucramiento es menor. Las familias son agentes importantes en la estimulación de los hijos, en el desempeño académico general y específicamente en el área de la matemática. Sin embargo, este apoyo muchas veces no parece ser suficiente si los padres no están preparados para ello, sobre todo en contextos socioculturales donde tienen poca formación.

Entonces, ¿qué se puede hacer desde los centros educativos para fomentar la participación de las familias? Existen diversos programas de involucramiento familiar que han resultado de gran importancia, no solo para los niños sino para las escuelas y para los propios padres. En este sentido, se ha visto que es posible promover la responsabilidad, participación y la toma de decisiones por parte de los padres que incidan de forma positiva en el aprendizaje y el desempeño de los niños. Las intervenciones enfocadas en la promoción de las habilidades matemáticas tempranas se consideran efectivas para mejorar las habilidades de los niños pequeños (Mononen, Aunio, Koponen & Aro, 2014).

Intervención en Matemática para Padres, Aprendiendo Mediante Talleres de Actividades (IMPACTA)

En el equipo de investigación en cognición numérica hemos creado un programa de involucramiento para madres y padres en el aprendizaje matemático de niños pequeños denominado IMPACTA2. Fue aplicado en centros educativos en los que se proponen tres talleres destinados a las familias.

Taller 1: conteo

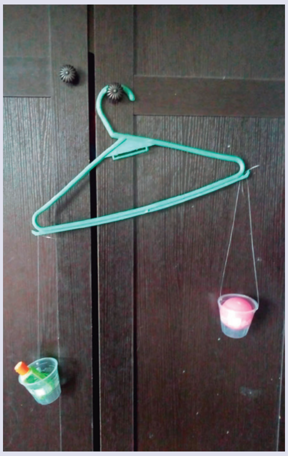
- Contar objetos en el hogar, en la calle, en el camino a la escuela, etc.
- Pegar números en cajones, escaleras, puertas, etc.

Taller 2: geometría

- Reconocer y nombrar formas geométricas en objetos del hogar.
- Clasificar por tamaño, color, forma.

Taller 3: medición

- Comparar pesos, tamaños y distancias.
- Medir objetos en el hogar, medirse a sí mismo.



El programa parte de la importancia de vincular contenido matemático a las tareas cotidianas y, desde ahí, promover este tipo de habilidades que los niños tienen desde antes incluso del comienzo de su formación inicial. Se basa en kits de materiales para realizar actividades con los niños y un cuestionario de seguimiento de las actividades que los padres llevan a cabo en sus hogares.

En la web del grupo de investigación en cognición numérica de la Facultad de Psicología (http://www.cognicionnumerica.psico.edu.uy) se encuentra disponible un cuadernillo para madres y padres en donde se detallan algunas de las actividades lúdicas para realizar en el hogar con niños de 5 y 6 años, que apuntan a fortalecer las bases para el aprendizaje de la matemática formal a través de fortalecer el vínculo de este conocimiento con situaciones habituales de los hogares.

3. Factores sociales en el aprendizaje de la matemática

Tal como hemos mencionado en la introducción de este capítulo, el origen de los conocimientos matemáticos ha sido estudiado por diversas disciplinas e investigadores. Desde la psicología del desarrollo el principal aporte estuvo a cargo de Piaget, que introdujo el término conocimiento lógico-matemático, sugiriendo que estos aprendizajes dependen exclusivamente de un proceso de construcción propia del aprendiz y que están subordinados al estadío del desarrollo humano. En la actualidad, se propone la existencia de núcleos de conocimiento matemático de naturaleza innata que se activan ante ciertas condiciones del ambiente. En cualquier caso, parece claro que no podemos negar la importancia del contexto ni la existencia de una predisposición innata hacia el contenido matemático.

En este apartado intentamos mostrar cómo operan algunos factores sociales en este proceso de desarrollo y adquisición de las competencias matemáticas tempranas. Sabemos que existe una conexión robusta entre el ambiente y el desempeño de los niños en diversas áreas (Blevins-Knabe, 2016; Tamis-LeMonda, 2017). El efecto de los ambientes en el aprendizaje se basa en proveer a los niños con habilidades fundacionales que funcionarán como un trampolín hacia el logro académico y, por lo tanto, puede considerarse como un predictor de las habilidades que se desarrollarán en años posteriores (Tamis-LeMonda, 2017). Específicamente en el área matemática, el hogar -como veíamos en el apartado anterior- es el ambiente que provee de las primeras experiencias numéricas, influyendo así en el desarrollo de habilidades. Por ejemplo, el ambiente de aprendizaje y la calidad de este pueden ser factores determinantes de los bajos desempeños, aunque, obviamente, no son los únicos. La cantidad y la calidad de las experiencias matemáticas que los niños tienen en el hogar son un factor determinante y esto, muchas veces, está ligado al contexto socioeconómico (Zhu & Chiu, 2019).

3.1. Contexto socioeconómico

El nivel socioeconómico (NSE, de aquí en adelante) es una variable muy amplia, que incorpora diferentes aspectos como la educación que tienen los sostenedores del hogar, la ocupación y el valor de los ingresos de una familia, entre otros. Desde el punto de vista sociológico, el cálculo del NSE de un grupo de personas o de los niños que van a una escuela tiene en cuenta variables como la esperanza de vida al nacer, el promedio de años de educación de los padres, el ingreso anual, la mortalidad materna, entre muchos otros indicadores. En contextos donde estos índices no permiten la calidad de vida de las personas, es que hablamos de pobreza (Lipina, 2016).

Estos contextos impactan fuertemente en el desarrollo físico, socioemocional y cognitivo de niños y niñas (DeFlorio &Beliakoff, 2015). Varios estudios longitudinales muestran que el NSE es un fuerte predictor de los desempeños académicos y esta relación es constante para todas las edades (Walker, Greenwood, Hart & Carta, 1994). La brecha de desempeños según el NSE comienza entonces desde una etapa muy temprana. Por ejemplo, los niños pequeños de diferentes grupos socioeconómicos tienen hasta 80 palabras de diferencia a los 18 meses de edad, pero la brecha parece crecer a la edad de dos años, cuando la disparidad en el desarrollo del vocabulario aumenta a 150 palabras (Fernald, Marchman & Weisleder, 2013). Algo similar ocurre en el conocimiento matemático, donde la brecha de desempeños entre diferentes NSE está bien documentada para diferentes países (National Research Council, 2009). Al parecer, las diferencias en el desempeño matemático relacionadas con el NSE aparecen tempranamente en el desarrollo y son persistentes, abarcando no solo el conocimiento informal de los números sino también áreas matemáticas formales como la aritmética o la geometría.

Si bien existen diferencias en el desempeño académico para todas las áreas del conocimiento en función del NSE, el peso de este en el resultado de desempeño no se distribuye equitativamente en las diferentes competencias. Los datos de diferentes pruebas estandarizadas (PISA, PIRLS, etc.) muestran que las diferencias por NSE en matemática son mayores que las que se verifican en lenguaje o ciencias. Si bien es cierto que la mayoría de estas pruebas estandarizadas no se toman al comienzo de la escuela, esto podría mostrar el fuerte carácter acumulativo que requiere el aprendizaje matemático y la necesidad de una base sólida para poder adquirir operaciones abstractas. Esto es coherente con lo que muestran los análisis en diferentes países en cuanto a que la competencia matemática temprana es el predictor más poderoso del rendimiento académico general durante los años de la escuela primaria (Duncan et al., 2007). En consecuencia, podemos decir que potenciar el aprendizaje temprano de la matemática es, sin dudas, uno de los mayores desafíos que deben enfrentar los sistemas educativos para garantizar igualdad de oportunidades a sus ciudadanos, independientemente del NSE del que provengan.

Lamentablemente, las diferencias detectadas en la educación inicial continúan a lo largo de la trayectoria académica de los niños, provocando, por ejemplo, tasas de deserción mucho más altas para los adolescentes de bajos ingresos que sus pares de clase media. Para el caso concreto de la matemática, todavía existe cierto debate sobre el origen de estas diferencias tempranas (Seo & Ginsburg, 2004), aunque los investigadores coinciden en que se arraigan mucho antes de que los niños comiencen la escuela. Las razones de estas diferencias probablemente incluyen factores perinatales, así como diferencias en la estimulación cognitiva temprana. La mayoría de los investigadores están de acuerdo en que un factor clave para explicar estas diferencias puede ser la calidad de la información y de las interacciones sociales a las que están expuestos los niños en sus primeros años de vida. Las creencias y prácticas matemáticas de los padres varían con el nivel socioeconómico, generando que aquellos de NSE medio tiendan a creer más en el papel que juega el hogar en la preparación para la matemática de los niños pequeños, mientras que los padres de NSE más bajo no creen en el peso del hogar para el aprendizaje, ya que consideran que es la escuela la que juega necesariamente el papel más importante. Asimismo, se sabe que tanto las metas que los padres tienen para sus hijos, como la naturaleza emocional de las relaciones y las prácticas que se suceden en los hogares varían en función del nivel socioeconómico (Hoff, Laursen & Tardif, 2002). También se han encontrado diferencias en la realización de actividades matemáticas en contextos de alto y bajo nivel socioeconómico. Por ejemplo, las actividades realizadas por familias de NSE más altos parecen ser más estructuradas y con un objetivo definido, mientras que aquellas realizadas por familias de NSE más bajos no tienen un objetivo tan claro (Saxe et al., 1987). El resultado de estas diferentes prácticas se plasma en preparaciones distintas en el área de matemática que tienen los niños de diferentes contextos al comenzar la escuela (Jordan & Levine, 2009).

Si bien todos confiamos que esta realidad puede y debe ser modificada por la escuela, en tanto garante de igualdad, lo cierto es que se presenta como inamovible desde hace algunos años, especialmente en Uruguay (INEED, 2018). Para diseñar políticas que contrarresten este proceso, debemos comprender mejor qué factores determinan estas diferencias en el caso específico de la matemática. Es evidente que, como mencionamos anteriormente, las diferencias en relación a las expectativas o el tipo de actividades que plantean los padres juegan un papel importante. Sin embargo, la confianza en uno mismo es otro factor que parece ser muy importante en general para el aprendizaje de la matemática. Algunos estudios han mostrado que la confianza de los estudiantes en sí mismos para aprender influye fuertemente en su rendimiento. Si bien no se sabe mucho sobre cómo podemos estimular la confianza en matemática en niños pequeños, los avances en cognición numérica nos muestran que las habilidades matemáticas se asientan sobre una capacidad perceptiva (de estimación aproximada) que es factible de entrenar. Dos estudios recientes (Hyde, Khanum & Spelke, 2014; Wang, Odic, Halberda & Feigenson, 2016) muestran que podemos influir sobre el rendimiento matemático de niños pequeños a partir de breves tareas de aproximación. Es poco probable que estos reducidos períodos de entrenamiento mejoren directamente la capacidad matemática, por lo que parecería que simplemente aumentan la confianza de los niños, lo que mejora su desempeño matemático formal. Estos estudios proporcionan evidencia preliminar de que las intervenciones dirigidas basadas en el sistema numérico aproximado pueden ayudar a los niños a sentirse más seguros con el contenido matemático y, por esa razón, mejor preparados para las operaciones que aprenderán a realizar simbólicamente en la escuela. En este sentido, creemos que la introducción de tareas de estimación aproximada que estimulan la precisión del Sistema Numérico Aproximado (ANS) en las prácticas de aula de educación inicial, puede ser un elemento que contribuya a suavizar las diferencias en cuanto a su preparación para la adquisición de conceptos matemáticos con que los niños de diferente NSE llegan a la escuela.

De interés: nivel socioeconómico y Panamath[1]

Un trabajo anterior de nuestro equipo, realizado en 2013, planteó una intervención basada en fortalecer el ANS a través de tablets del plan Ceibal (Valle Lisboa et al., 2017). Los resultados mostraron que los niños provenientes de escuelas con NSE bajo tienen una representación menos precisa del ANS que los niños de las escuelas con un NSE alto (ver figura 4).

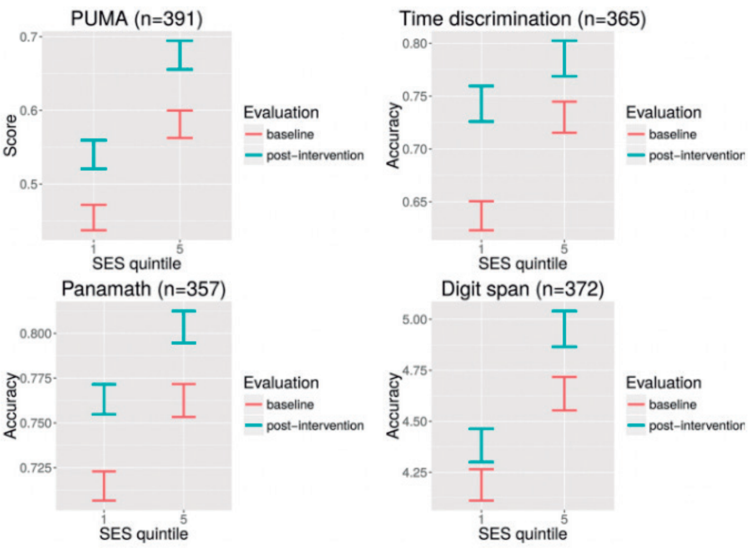


Fig4: Resultados en diferentes tareas cognitivas antes y después de la intervención para diferentes NSE. Obsérvése la variación específicamente en ANS en niños de escuelas de bajo y alto NSE (quintil 1 y 5 respectivamente)

Estos datos muestran que las diferencias no solo están presentes para las matemáticas simbólicas (como suelen mostrar las pruebas estandarizadas) sino también para las tareas de estimación que se basan en aspectos perceptivos (que están presentes desde los primeros años de vida), lo que contribuye a socavar el aprendizaje matemático en la escuela.

3.2 Las expectativas y creencias de las maestras y maestros

Cuando hablamos de las creencias de las maestras y maestros hacia la matemática nos referimos a cómo ellos consideran su naturaleza, la enseñanza y el aprendizaje, así como su evaluación. Esta noción es de gran importancia en el ámbito de la matemática

1 http://panamath.org

educativa, ya que las creencias determinan la manera en que se enseña esta disciplina (Beswick, 2012).

Una de las formas en que las creencias de las maestras impactan en el interés hacia la matemática es mediante la interpretación que los niños hacen de las actitudes que muestran las docentes durante sus prácticas de enseñanza. Estas actitudes se pueden observar a través del feedback, de las respuestas emocionales y de las prácticas en el aula (Upadyaya & Eccles, 2014). El desempeño académico está directamente relacionado con la motivación y es en esta última que las creencias y posturas que toman las maestras pueden impactar de forma positiva en el aprendizaje. La influencia por parte de las creencias de las maestras (cuando nos ubicamos en el ambiente educativo), tiene más peso en los primeros años de educación formal, ya que en la adolescencia comienza a tener más incidencia el vínculo con los pares (Wigfield, Eccles & Rodriguez, 1998). A su vez, las actitudes negativas hacia la matemática se han relacionado con falsas creencias, como que hay que ser inteligente para ser bueno en ella, que es aceptable ser malo en matemática porque es una disciplina difícil o que no se usa tanto fuera de ocupaciones específicas.

En relación a las creencias de las maestras que explican el éxito y el fracaso académico de los niños/as, se han identificado cuatro posibles causas (Upadyaya, 2011):

1. Habilidad / falta de habilidades
2. Esfuerzo / falta de esfuerzo
3. Facilidad / dificultad de la tarea
4. Ayuda / falta de ayuda por parte de la maestra o la familia

En este estudio se vio que las maestras realizan atribuciones causales en el aprendizaje de la lectura de la siguiente forma: cuanto más motivación y mejor desempeño muestra el estudiante, más se les atribuye este buen desempeño a causas internas, como la habilidad o el esfuerzo y menos a causas externas, como el recibir ayuda por parte de otros. Y, a su vez, cuanto más se le atribuye este resultado a las causas de tipo internas, más motivados estarán los niños en los futuros aprendizajes. De lo anterior podemos resumir que las creencias y expectativas de las maestras están fuertemente relacionadas con las características de sus prácticas de aula, que terminan a su vez impactando en el aprendizaje de los alumnos (Wladis et al., 2017).

Pero estudiar los efectos de las prácticas de enseñanza no parece ser tan sencillo, dado que no hay consenso en la literatura sobre qué se considera una creencia de la maestra, una expectativa o cómo estas últimas afectan su comportamiento (White, Way, Perry & Southwell, 2005). Por ejemplo, para conocer cómo afecta el contexto en la enseñanza, además de incluir las cualidades y comportamientos de la maestra, también es necesario poner atención a las características de los alumnos, así como el liderazgo del centro escolar y las políticas educativas de la región (Devine, Fahie,& McGillicuddy, 2013) . Particularmente, en el estudio de las creencias de las maestras en relación a la enseñanza de la matemática, se ha visto que se pueden organizar en:

a) creencias sobre el talento de ellas mismas
b) creencias sobre la dificultad de la matemática
c) el gusto por la matemática

En este sentido, las creencias negativas que tienen las maestras hacia la matemática y en consecuencia hacia su enseñanza, parecen llevar a que las prácticas docentes terminen afectando las creencias de los alumnos y en consecuencia su rendimiento académico. Sin embargo, aunque las actitudes, especialmente de los maestros y maestras, son importantes al momento de enseñar, no determinan per se los resultados de desempeño. Entre otros factores, incluso sociales, que parecen influir, también está el conocimiento matemático que se requiere para poder enseñar de forma eficiente (White, Way, Perry & Southwell, 2005).

Por otro lado, las creencias de las maestras también se han relacionado con distintos tipos de sesgos. Por ejemplo, al momento de evaluar niñas y niños en el área de matemática, la literatura parece indicar que las maestras suelen considerar que la matemática es una disciplina que le resulta más fácil a los varones y por lo tanto basan las notas en esta creencia, puntuándolos mejor que a las mujeres. El sesgo de género parece estar fuertemente arraigado en la sociedad, por lo que se reproduce no solo en la educación formal, y podríamos pensar que niños y niñas vienen exponiéndose a este tipo de prejuicios desde edades tempranas. El resultado de estas prácticas tiene como resultado que la representación de hombres y mujeres en carreras relacionadas con la matemática sea muy desigual. Pero, ¿se debe esto a una elección mayor por parte de los varones? o ¿son ellos mejores en estas áreas? Las investigaciones sobre diferencias de género en el área de la matemática proponen que se trata de un tema multicausal.

Algunos estudios realizados no han encontrado diferencias significativas en el rendimiento matemático entre niñas y niños, aunque sí existen diferencias entre ambos grupos en lo que refiere al autoconcepto, es decir, qué tan buenos nos sentimos en el dominio de la matemática (Lindberg, Linkersdörfer, Ehm, Hasselhorn & Lonnemann, 2013). Por otra parte, otras investigaciones proponen que, incluso cuando niños y niñas comienzan la escuela con niveles similares de desempeño matemático, a medida que pasan los años los varones muestran mejores rendimientos (Leahey & Guo 2001). Entonces, ¿se trata de una diferencia natural o cultural? En su revisión de la literatura, Else-Quest y col. (2010) muestran que la mayor variabilidad en el desempeño matemático se debe a diferencias socioculturales, dado que en países donde la equidad de género es mayor, las diferencias en el desempeño entre hombres y mujeres parece ser menor.

Otro estudio realizado en Chile sugiere que en ese país se registra una de las diferencias más grandes entre hombres y mujeres en las pruebas de matemática. En el análisis se tiene en cuenta un nuevo factor: la competitividad. Pareciera ser que cuando los puntajes obtenidos en un determinado test, con el que se evalúa el desempeño, subestiman a las habilidades reales, se presenta una situación de amenaza psicológica en los estudiantes negativamente estereotipados, que son este caso las mujeres (Arias, Mizala y Meneses, 2016).

En la literatura se proponen tres hipótesis para explicar las diferencias en ambos géneros. Primero, parecería que los hombres se enfocan más en los objetos y por lo tanto presentan una predisposición a aprender mejor sobre sistemas mecánicos. La segunda hipótesis plantea que los varones también tendrían mejores habilidades espaciales y numéricas, lo que los dota de una mejor aptitud hacia la matemática. Finalmente, podría ser que los varones tienen capacidades cognitivas más variadas y por lo tanto tendrían mayores niveles de desempeño en el área. Sin embargo, la investigación no sustenta la hipótesis de que los varones poseen mejores capacidades cognitivas para el desempeño matemático; es decir, que hombres y mujeres no se diferencian en sus habilidades fundacionales a la hora del pensamiento matemático (Spelke, 2005). Por lo tanto, si estas diferencias, que son visibles por ejemplo en la cantidad de hombres y mujeres que hay en las carreras más relacionadas con la ciencia y la tecnología, no se deben a una diferencia intrínseca, podríamos considerar que existen factores ambientales responsables de dichos resultados. En este sentido, apuntar a la creación de programas educativos que incluyan esta perspectiva desde una mirada didáctica parecería una buena solución para afrontar, a partir de intervenciones educativas, el sesgo de género. Nos referimos, por ejemplo, al diseño de programas en donde se trabaje sobre la percepción, el autoconcepto y las actitudes en relación a la matemática y la ciencia (Baron, Schmader, Cvencek & Meltzoff, 2014).

4. Evaluación de las habilidades matemáticas y las prácticas de aula

A partir de lo planteado en la sección anterior, el lector podrá tener una idea más clara sobre algunos factores que intervienen en el desempeño matemático. En este sentido, es importante tener claro que las habilidades matemáticas no son un constructo puro que pueda ser medido objetivamente, al estilo de las variables físicas. Desde las convicciones de las maestras hasta las diferencias de género que comienzan a estructurarse en el hogar a partir de las creencias de madres y padres, existen un sinfín de factores que afectan la medición del desempeño matemático. Por tanto, es bueno tener presente que las herramientas que pondremos a consideracióin en este capítulo no se exponen con la pretensión de ser instrumentos de medida pura de las habilidades, sino que se consideran aproximaciones contextuales (con suficiente nivel de objetividad y realismo) a la situación del niño en relación a las competencias matemáticas que puede poner en juego en un momento dado.

En este sentido es que deben ser consideradas las pruebas y test para medir habilidades matemáticas. Se trata entonces de instrumentos diseñados para capturar una actividad cognitiva (habilidad matemática) que, en sí misma, es dependiente de factores sociales y, por eso mismo, las condiciones en las que se aplica suelen ser determinantes (Tristán y Pedraza, 2017).

4.1 ¿Cómo y para qué medimos las habilidades matemáticas?

La evaluación de las habilidades matemáticas tiene varios objetivos, pero hay uno de ellos que impacta directamente sobre la enseñanza de la disciplina y es la posibilidad de identificar aquellos niños y niñas que presentan dificultades en esta área (Aunio, 2019), así como contar con herramientas que permitan medir la efectividad de los programas educativos (Clements y col., 2008). Existen varios test de evaluación de las competencias matemáticas para diferentes edades, países y contextos (clínico, de aula, entre otros). La mayor parte de los que se utilizan tienen un baremo que proviene de países centrales o, en el mejor de los casos, países cercanos culturalmente pero de mayor tamaño que Uruguay, como pueden ser México o Brasil. Aún así, en nuestro país solemos usar estos instrumentos y basarnos en los baremos de estos países o en la experiencia clínica de quien los aplica. En el contexto de aula, se suelen utilizar pruebas estandarizadas que se elaboran -en su gran mayoría- en centros regionales o internacionales, como es el caso de PISA o de SERCE, TERCE, etc. Por tanto, podemos decir que en Uruguay existe un vacío importante en relación a instrumentos propios de evaluación de competencias matemáticas, fundamentalmente para algunas edades tempranas (menores a 8-9 años). Esto podría representar un fuerte problema para guiar las prácticas educativas, en tanto resulta necesario no solo saber cuanto antes si un niño presenta dificultades en matemática, sino también conocer en qué áreas específicas de esta muestra problemas (Púrpura & Lonigan, 2015).

Los test de evaluación internacionales

Los test de evaluación de habilidades matemáticas pueden tener diversos formatos. Algunos de los más utilizados en la investigación incluyen el Test de Competencia Matemática Básica (TEMA-3), una prueba estandarizada que permite evaluar el desarrollo de las habilidades matemáticas tempranas en formato individual (muy utilizado en el contexto de la clínica psicopedagógica). El test cuenta con baremo para la población española de entre tres años y ocho años y once meses, y se compone de 72 ítems que evalúan aspectos formales e informales del conocimiento matemático. El conocimiento matemático informal implica los conceptos matemáticos que los niños conocen desde antes de ingresar a la escuela. Los ítems que evalúan el aspecto formal se componen de tareas de numeración que suponen el concimiento de la secuencia básica de los números (conteo y cardinalización). Los ítems de mayor dificultad en este tipo de tareas demandan cierta flexibilidad, ya que implican, por ejemplo, contar hacia atrás o a partir de cierto número que no es el 1. También se evalúa la comparación (simbólica y no simbólica), cálculo informal (problemas de cálculo con material concreto) y conceptos numéricos informales (principio de cardinalidad, conservación numérica). Por otro lado, el aspecto formal evalúa convencionalismos (lectura y escritura de números arábigos), hechos numéricos (recuperación de sumas y restas fáciles memorizadas), cálculo (problemas de cálculo de forma escrita y mental) y conceptos numéricos (e.g. entendimiento de decenas y centenas). Se obtiene un puntaje directo que se compone de un punto por ítem contestado correctamente. Luego, teniendo en cuenta la edad del niño, ese puntaje directo se transforma en un índice de competencia matemática que es la puntuación estandarizada. Además, se puede calcular el puntaje en cada una de los dos aspectos: formal e informal (Ginsburg y Baroody, 2003).

Otro test ampliamente utilizado, tanto en la clínica como en evaluación e investigación, es el subtest de problemas aplicados de Woodcock-Johnson (Woodcock et al., 2001). En él se pueden encontrar tres grandes áreas de evaluación que son: matemática general, que incluye los subtest de cálculo, fluidez y problemas aplicados; evaluación de habilidades matemáticas y razonamiento matemático. El tiempo de aplicación se calcula por cada subtest, que lleva entre 5 y 10 minutos, por lo que el tiempo total de aplicación de la batería depende de la cantidad de subtest que el investigador decida aplicar.

Los test nacionales de evaluación

En nuestro país se crearon, hasta el momento, dos test de evaluación de habilidades matemáticas. Por un lado, contamos con el Test de Eficacia de Cálculo Aritmético (TECA) (Singer & Cuadro, 2014), que es un examen de velocidad que evalúa la eficiencia aritmética mediante combinaciones numéricas básicas (números del 1 al 20), y que permite la detección de casos en donde pueda existir riesgo de dificultades de aprendizaje de cálculo. Esta prueba se compone de tres subescalas: "sumas y restas", que cuenta con 72 ítems de evaluación y se puede utilizar en niños de 1° a 6° de educación primaria. Las otras dos subescalas son "multiplicaciones" y "divisiones", que tienen 36 ítems cada una y pueden utilizarse desde 3° a 6° grado. Dado que es una prueba cronometrada, los niños y niñas tienen tres minutos para realizar la subescala de sumas y restas, y dos minutos para cada una de las subescalas de multiplicación y división.

Otras evaluaciones en el área de matemática en Uruguay incluyen las clásicas pruebas PISA (OCDE), que evalúan el desempeño de los adolescentes de 15 años en diversas áreas, entre ellas la competencia matemática. En la prueba se mide la capacidad para razonar, resolución de problemas matemáticos y las etapas (resolución, planteos, interpretación) a partir de situaciones de la vida real que son conocidas por los estudiantes. Los ejercicios que se proponen pueden ser de respuesta construida (abierta o cerrada) o múltiple opción, y suponen un tiempo total de realización de 30 minutos. Los resultados de esta prueba se analizan a partir de la teoría de respuesta al ítem, con motivo de crear escalas de evaluación para finalmente clasificar el desempeño de los estudiantes (OCDE, 2006).

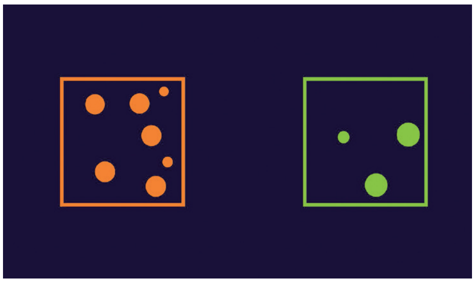
A partir de la breve descripción de posibles test de evaluación de habilidades matemáticas que tenemos disponibles, tanto clínicos, educadores como investigadores requerimos herramientas creadas en nuestro país, o al menos adaptadas, donde el contenido sea conocido para la población que las utilizará y cuyos puntajes estén baremados para nuestra población. En el área de matemática esta necesidad se hace mucho más urgente, dado que, como se ha visto a lo largo del capítulo, las habilidades matemáticas tempranas son uno de los mejores predictores del rendimiento futuro. Por este motivo, hemos creado un test de evaluación para niños de nivel 5 de preescolar y 1er año de primaria, que cuenta con grandes ventajas a la hora de su utilización. La Prueba Uruguaya de Matemática (PUMA) es un test en formato digital autoadministrado que puede aplicarse a nivel grupal y cuyo tiempo de duración es de 30 minutos como máximo.

La prueba se sitúa en Uruguay y mediante una dinámica lúdica, los niños y niñas van escuchando mediante auriculares las distintas consignas que explican las tareas que deben realizar. El test se compone de nueve subtest que evalúan diferentes nociones matemáticas, tal como se muestra en la siguiente figura.

Ejemplo de un ensayo

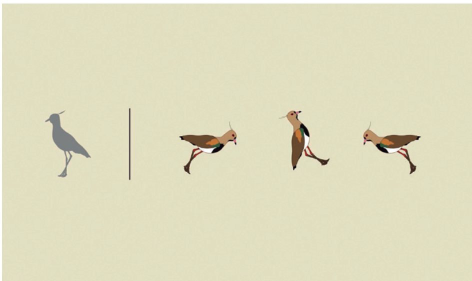
1. Sistema Numérico Aproximado (No Simbólico)

La maestra les propone jugar a saber de qué lado de la pradera hay más luciérnagas. Toca el lado de la ruta que tiene más luciérnagas lo más rápido que puedas.



2. Rotación Mental (No Simbólico)

Ayuda a Noa a saber cuál de las imágenes giradas es la que va en su álbum de figuritas.

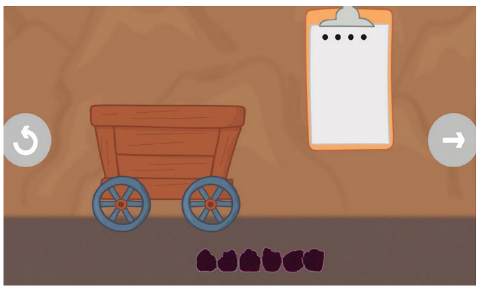


3. Serie Numérica Progresiva (Simbólico)

Al minero se le cayeron las piedras que había ordenado. Ayúdalo a devolverlas a su lugar colocándolas de menor a mayor.

4. Conteo (No Simbólico)

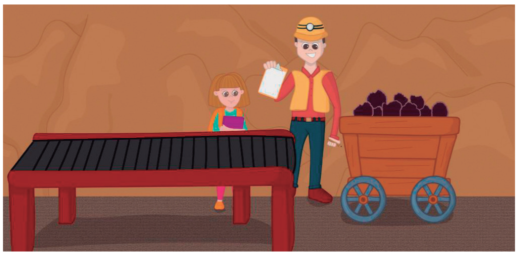
El minero debe cargar el carro con la misma cantidad de piedras que se muestra en el pedido ¿Podés ayudarlo a poner las piedras que necesita?

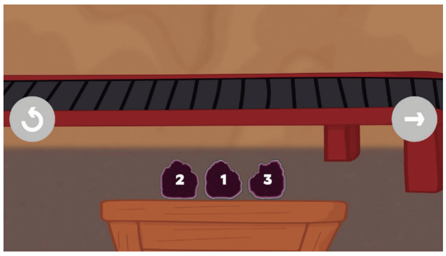


5. Serie Numérica Regresiva (Simbólico)

Ahora hay que pasar las piedras del carro a la cinta transportadora. Pero cuidado, para hacerlo bien hay que contar para atrás... como hacen los cohetes: 3..2. 1... ¡despegue!.

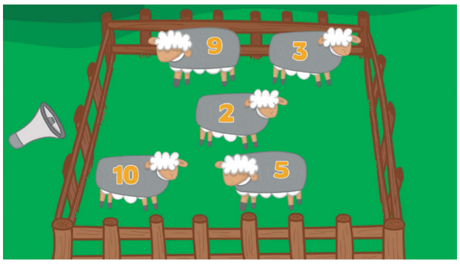
Así, las ordenamos de mayor a menor.

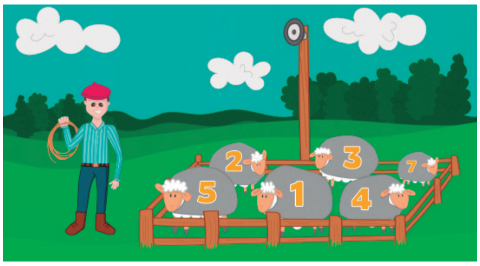




6. Transcodificación verbal arábigo (Simbólico)

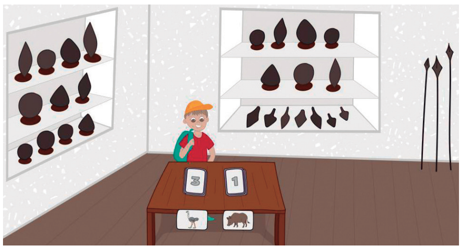
Cada peón le asignó un número a su oveja para poder encontrarla. Para ayudarlos, debemos tocar el número que se escuche por el parlante.

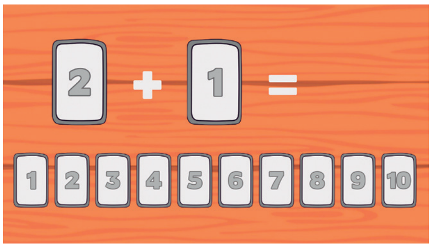




7. Cálculo mental visual (Simbólico)

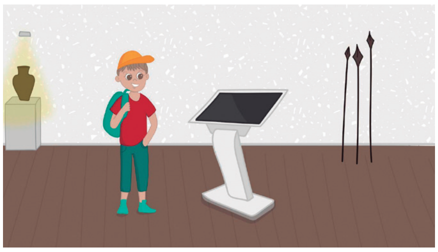
En la mesa hay tarjetas de ñandúes y de jabalíes. Suma lo más rápido que puedas la cantidad total de animales que comían.

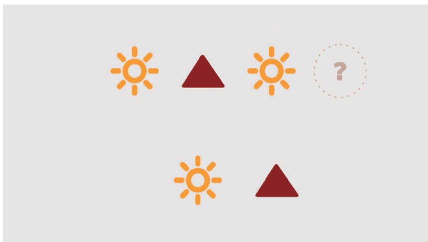




8. Patrones (No Simbólico)

En el museo hay un mensaje secreto de los indígenas, ¡pero está incompleto! Ayuda a Enzo a completar el patrón, tocando el símbolo que falta.

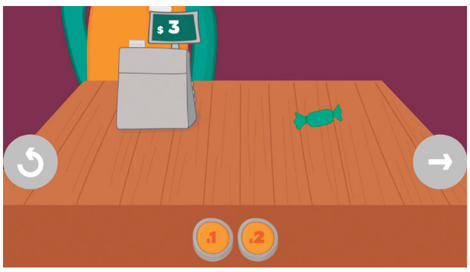




9. Composición y descomposición (Simbólico)

Les diré los precios de los artículos para que puedan pagar con el dinero justo.

Si un caramelo cuesta $3, para pagarme justo me deben dar 3 monedas de $1 (Audio) (el niño debe tocar 3 veces la moneda de 1)



5. De la cognición numérica a las prácticas de aula

En este apartado intentamos retomar algunos de los descubrimientos de la cognición matemática que fuimos presentando a lo largo del capítulo, con la intención de pensar posibles aplicaciones en el aula. Estos intentos de traslación surgen de un posicionamiento claro en relación a considerar al conocimiento matemático como una construcción activa de los aprendices a través de la experiencia y las interacciones, y donde el docente ocupa un rol facilitador del aprendizaje.

Desde esta perspectiva y, sin perder de vista el papel de los padres y la implicación de las familias en el aprendizaje matemático temprano, es que se proponen a continuación algunas ideas de actividades que las y los maestros pueden tomar como guía para las prácticas de enseñanza en sus aulas de los principales conceptos matemáticos que hemos desarrollado en el presente capítulo.

5.1 Involucramiento de las familias en el aprendizaje

1. Los padres son quienes están a cargo de la estimulación de los hijos en el desempeño académico general y, también, específicamente en el área de la matemática. Sin embargo, este apoyo muchas veces no parece ser suficiente si no están preparados para eso. Como maestras y maestros, existen algunas maneras en que podemos plantearnos mejorar la comunicación entre las familias y los centros educativos para que la tarea de enseñanza no sea solo de la escuela y que el resultado produzca un aumento en la implicación familiar. Por ejemplo, un área a mejorar es la comunicación con las familias, ya que se vio que se relaciona con una mejora en el vínculo entre maestras y estudiantes, así como en la motivación de estos (Kraft y Dougherty, 2013). Otras estrategias que pueden considerar las maestras para aumentar el involucramiento de las familias son proporcionar sugerencias para aumentar la participación en las tareas domiciliarias.

2. Establecer una conexión entre las familias y servicios de la comunidad (por ejemplo, centros de salud).

3. Brindarles información relacionada con el desempeño académico de sus hijos/as.

En el sitio web de la línea de investigación en cognición matemática podrá descargar un cuadernillo para madres y padres en donde se proponen una serie de actividades para realizar en los hogares. Esta es una buena manera de brindar herramientas que motiven y ayuden al involucramiento de las familias en el aprendizaje. En dicho material, también pueden llevar un registro de cuánto tiempo han realizado las actividades.

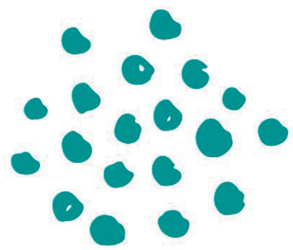
5.2.Actitud hacia la matemática

En el apartado 2 hicimos énfasis en la actitud de los educadores hacia la matemática y sus efectos en su enseñanza. En este sentido, creemos que es importante mostrar en este capítulo que el conocimiento matemático debería ser considerado como un proceso continuo que se inicia en edades tempranas (antes de la educación formal) y en donde el niño/a siempre tiene que mantener un rol activo. Se ha visto que cuando las maestras disfrutan y se sienten seguras enseñando matemática, también tienen mejores actitudes hacia el esfuerzo que realizan sus estudiantes para aprenderla, dedican más tiempo de la jornada a enseñar este tipo de contenidos (Russo, 2020) y suelen lograr poner al estudiante en el centro del proceso de aprendizaje, ubicándose en un rol de facilitadoras (Trigwell, 2012). Sin embargo, para lograr sentirse cómodas enseñando esta disciplina de manera efectiva y utilizando una didáctica que resulte interesante para los alumnos, parece ser necesario que las maestras tengan un conocimiento sustancial sobre la disciplina que les permita un ir y venir sin titubeos por los razonamientos matemáticos (Khan, 2012).

5.3. Estimación de cantidades

La estimación aproximada de cantidades es un componente esencial del sentido numérico que parece fortalecer la confianza de los niños pequeños y preparar mejor el terreno para los aprendizajes relacionados con la matemática exacta que enfrentarán a partir de los primeros años de escuela. Esta habilidad implica cuantificar y representar mentalmente una magnitud o numerosidad de forma aproximada. Es considerada una habilidad de base perceptiva que está presente desde el comienzo de la vida y se va refinando progresivamente. Muchas investigaciones muestran que esta habilidad podría ser la base sobre la que luego se inscriben los conocimientos matemáticos formales. En este sentido, parece importante poder medir y trabajar esta habilidad en actividades específicas en clase.

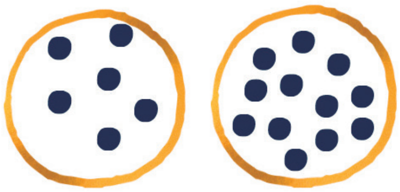
¿Cómo podemos medir y/o estimular la habilidad de estimación de cantidades? A continuación, se presentan dos posibles actividades que implican la visualización de un conjunto de elementos y posibles formas de trabajar con ellas.



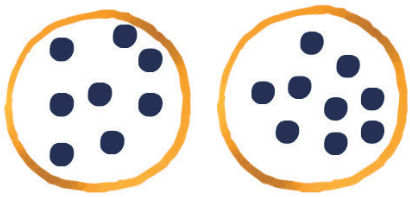
1. Estimar la cantidad de elementos de un conjunto determinado ante presentaciones rápidas de la información visual (por ejemplo: tarjetas que el maestro muestra por unos segundos y enseguida da vuelta): ¿Cuántos puntos hay en esta imagen?

La estimación de un conjunto pequeño es más precisa cuanto más pequeño es el conjunto. Utilizando diferentes elementos (pueden ser objetos, dibujos, materiales de clase, etc.) se puede crear un conjunto y pedirles a los niños que estimen cuántos elementos hay en cada caso. Cada maestro/a sabrá qué nivel de dificultad corresponde introducir en la actividad, según la edad y posibilidades de sus alumnos. Es interesante pensar que esta actividad también permite, en niños mayores a cinco años, por ejemplo, la posibilidad de mapear con el respectivo símbolo que indica la cardinalidad del conjunto, así como las comparaciones entre quienes dijeron un número mayor y quienes un número menor.

CASO A



CASO B



En el caso A, un conjunto tiene el doble de elementos que el otro, por lo tanto, la proporción entre los conjuntos es de 2. En el caso B, ante la pregunta "¿cuál de los conjuntos tiene más cantidad de elementos?" la respuesta es más difícil ya que la proporción es de 1,125.

La comparación entre dos conjuntos resulta más difícil cuando la proporción entre las cantidades de ambos conjuntos está más cerca de 1.

5.4 El lenguaje matemático en el aula

Varias investigaciones que presentamos en el apartado sobre la influencia del lenguaje en el aprendizaje matemático muestran que el uso frecuente y preciso de los términos con contenido matemático refuerza las condiciones para el aprendizaje. Siguiendo esta línea y básandonos en las recomendaciones de Marzano (2004), a continuación se detallan algunas ideas para introducir en la dinámica de clase el vocabulario matemático.

Empezar brindando a los estudiantes una descripción informal y explicativa, con ejemplos, de los nuevos términos matemáticos, así podrán comenzar a conectarlos con conocimientos previos.

Números y operaciones
Cero - cinco - más - menos - igual
Geometría y espacio
Entre - cubo - pirámide
Patrones y pensamiento algebraico
Entre - primero - último

Con motivo de fortalecer el vínculo con los conocimientos previos, se le puede pedir a los estudiantes que construyan imágenes, símbolos o gráficas que representen los términos aprendidos. Una vez que ya están familiarizados con el vocabulario es importante brindar en distintos tipos de actividades oportunidades periódicas para reafirmar lo aprendido. Fomentar el trabajo en pequeños grupos o en duplas, para discutir los conceptos y disminuir los posibles errores de comprensión y así facilitar el aprendizaje a largo plazo; también se pueden promover actividades lúdicas que los estudiantes disfruten, en donde se solicite la aplicación de los términos aprendidos.

Para profundizar en este tipo de experimentos, sugerimos leer el artículo "Infants Show ratio dependent Number Discrimination Regardless of Set Size", en donde los participantes fueron niños de seis meses de edad (Starr, Libertus y Brannon, 2013).

Existen también otras actividades que pueden fortalecer el uso de los términos matemáticos de manera natural en las interacciones que provocan determinados juegos. A modo de ejemplo, considérese esta actividad:

Hacer una línea en el suelo con todas las cartas. Pedirles ayuda a los niños para hacerlo, repitiendo todos en voz alta el nombre de cada número.

Luego, dejar objetos al lado de cada carta según la cantidad que corresponda

Discutir las distintas palabras numéricas mediante preguntas del tipo: ¿Cuál es el primero? ¿Cuál es el último? ¿Cuál es mayor/menor? ¿Cuál viene antes/después?

5.5. Conclusiones

En este capítulo pretendimos pasar revista a los elementos más importantes del desarrollo cognitivo de los niños y su relación con la enseñanza de la matemática. Esperamos haber convencido al lector de que los conocimientos matemáticos surgen desde muy temprano y por eso no deberíamos perdernos ese período para apuntalar los aprendizajes que sabemos serán la base del conocimiento matemático formal que se aprenda en la escuela. En este sentido, quisimos avanzar un paso más y traspasar la comodidad del discurso puramente científico para adentrarnos en un mundo que nos fascina y nos desafía cada vez más: el de implementar prácticas de aula eficientes que permitan promover el desarrollo de las competencias matemáticas tempranas en los niveles de inicial y primer año. Ojalá este haya sido al menos un puntapié inicial de un rico intercambio entre investigadores y educadores con vocación de transitar del aula a la investigación y viceversa.

BIBLIOGRAFÍA

● Alcock, L., Ansari, D., Batchelor, S., Bisson, M. J., De Smedt, B., Gilmore, C., ... & Weber, K. (2016). Challenges in mathematical cognition: A collaboratively-derived research agenda. Journal of Numerical Cognition, 2(1), 20.

● Ashcraft, M. H. (2002). Math anxiety: Personal, educational, and cognitive consequences. Current Directions in Psychological Science, 11(5), 181-185.

● Aunio, P., Heiskari, P., Van Luit, J. E., & Vuorio, J. M. (2015). The development of early numeracy skills in kindergarten in low-, average-and high-performance groups. Journal of Early Childhood Research, 13(1), 3-16.

● Aunio, P. (2019). Early Numeracy Skills Learning and Learning Difficulties—Evidence-based Assessment and Interventions. In Cognitive Foundations for Improving Mathematical Learning (pp. 195-214). Academic Press.

● Aunola, K., & Nurmi, J. E. (2005). The Role of Parenting Styles in Children's Behavior. Child Development, 76(6), 1144-1159.

● Baron, A. S., Schmader, T., Cvencek, D., & Meltzoff, A. N. (2014). The Gendered Self-Concept: How Implicit Gender Stereotypes and Attitudes Shape Self-Definition. Gender and Development, 109-132.

● Batthyany, K., Genta, N.,& Prietto, V. (2016). Tendencias en la educación de varones y mujeres en Uruguay. Diagnóstico prospectivo en brechas de género y su impacto en el desarrollo.

● Berliner, D. C. (2002). Comment: Educational Research: The Hardest Science of All. Educational researcher, 31(8), 18-20.

● Beswick, K. (2012). Teachers' beliefs about school mathematics and mathematicians' mathematics and their relationship to practice. Educational Studies in Mathematics, 79(1), 127-147.

● Bjorklund, D. F., Hubertz, M. J., & Reubens, A. C. (2004). Young children's arithmetic strategies in social context: How parents contribute to children's numeracy instruction development while playing games. International Journal of Behavioral Development, 28, 347–357. doi: 10.1080/01650250444000027

● Bowers, J. (2016). Psychology, not educational neuroscience, is the way forward for improving educational outcomes for all children: Reply to Gabrieli (2016) and Howard-Jones et al. (2016). Psychological Review, 123(5), 628-635. https://doi. org/10.1037/rev0000043

● Bruer, J. T. (1997). Education and the Brain: A Bridge Too Far. Educational Researcher, 26(8), 4-16.

● Carey, S. (2000). The Origin of Concepts. Journal of Cognition and Development, 1(1), 37-41. 40

● Claire Wladis, Kathleen Offenholley, Jae Lee, Dale Dawes, Susan Licwinko. A review of research on teacher beliefs and practices. Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME 10, Feb 2017, Dublin, Ireland. pp.47 - 65. ffhal-01914615f

● Coleman, J. S. (2018). Parents, Their Children and Schools. Routledge.

● Colung, E., & Smith, L. B. (2003). The emergence of abstract ideas: Evidence from networks and babies. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B: Biological Sciences, 358(1435), 1205-1214.

● Cotton, K., & Wikelund, K. R. (1989). Parent Involvement in Education. School Improvement Research Series, 6(3), 17-23. Damon, W., Lerner, R. M., Kuhn, D., & Siegler, R. S. (Eds.). (2006). Handbook of Child Psychology, Cognition, Perception. John Wiley & Sons.

● DeFlorio, L., & Beliakoff, A. (2015). Socioeconomic status and preschoolers' mathematical knowledge: The contribution of home activities and parent beliefs. Early Education and Development, 26(3), 319-341.

● Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. Cognition, 44(1-2), 1-42.

● Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. Mathematical cognition, 1(1), 83-120.

● Dehaene, S. (1996). The organization of brain activations in number comparison: Event-related potentials and the additive-factors method. Journal of Cognitive Neuroscience, 8(1), 47-68.

● Dehaene, S. (2011). The number sense: How the mind creates mathematics. OUP USA.

● Dehaene, S. (2016). El cerebro matemático: Como nacen, viven ya veces mueren los números en nuestra mente. Siglo Veintiuno.

● de León, López-Guzman & Maiche, en prep. Uruguayan early numeracy assessment scale: a quick tablet based test for 5 and 6 years old.

● de León, D., Sánchez, I., Koleszar, V., Cervieri, I., & Maiche, A. (2021). Actividades numéricas en el hogar y desempeño matemático en niños preescolares. Revista Argentina De Ciencias Del Comportamiento, 13(3), 49–58. https://doi.org/10.32348/1852.4206.v13.n3.19928

● Devine, D., Fahie, D., & McGillicuddy, D. (2013). What is "good" teaching? Teacher beliefs and practices about their teaching. Irish Educational Studies, 32(1), 83–108. doi:10.1080/03323315.2013.773228

● Douglas H. Clements , Julie H. Sarama & Xiufeng H. Liu (2008) Development of a measure of early mathematics achievement using the Rasch model: the Research-Based EarlyMaths Assessment, Educational Psychology, 28:4, 457-482, DOI: 10.1080/01443410701777272

- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., ... Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. Developmental Psychology, 43, 1428–1446. doi:10.1037=0012–1649.43.6.1428
- Fernald, A., Marchman, V.A., &Weisleder, A. (2013). SES differences in language processing skill and vocabulary are evident at 18 months. Developmental Science, 16, 234–248.
- Garrido, C. R., Scheuer, N. (2015). La paradoja entre el bebé" numéricamente competente" y el lento aprendizaje de los niños de dos a cuatro años de edad. Studies in Psychology= Estudios de Psicología, 36(1), 32-47.
- Geary, D. C., Berch, D. B., & Koepke, K. M. (Eds.). (2014). Evolutionary origins and early development of number processing. Academic Press.
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1986). The child's understanding of number. Harvard University Press. Gilmore, C., Göbel, S. M., & Inglis, M. (2018). An introduction to mathematical cognition. Routledge. Ginsburg, H., & Baroody, A. (2003). TEMA-3 examiners manual. Austin, TX: Pro-Ed.
- Goldin, A. P., Hermida, M. J., Shalom, D. E., Costa, M. E., Lopez-Rosenfeld, M., Segretin, M. S. & Sigman, M. (2014). Far transfer to language and math of a short software-based gaming intervention. Proceedings of the National Academy of Sciences, 111(17), 6443-6448.
- Hackman, D. A., & Farah, M. J. (2009). Socioeconomic status and the developing brain. Trends in cognitive sciences, 13(2), 65-73.
- Hannak, A., Joseph, K., Cimpian, A., & Larremore, D. B. (2020). Explaining Gender Differences in Academics' Career Trajectories. arXiv preprint arXiv:2009.10830.
- Hoff, E., Laursen, B., Tardif, T., & Bornstein, M. (2002). Socioeconomic status and parenting. Handbook of parenting Volume 2: Biology and ecology of parenting, 8(2), 231-52.
- Hu, B. Y., Li, Y., Zhang, X., Roberts, S. K., & Vitiello, G. (2021). The quality of teacher feedback matters: Examining Chinese teachers' use of feedback strategies in preschool math lessons. Teaching and Teacher Education, 98, 103253.
- Hyde, D. C., Khanum, S., & Spelke, E. S. (2014). Brief non-symbolic, approximate number practice enhances subsequent exact symbolic arithmetic in children. Cognition, 131, 92–107.
- INEEd (2018), Aristas. Marco de contexto familiar y entorno escolar en tercero y sexto de educación primaria, INEEd, Montevideo.
- Jeynes, W. (2012). A meta-analysis of the efficacy of different types of parental involvement programs for urban students. Urban education, 47(4), 706-742.
- Jordan, N. C., & Levine, S. C. (2009). Socioeconomic variation, number competence, and mathematics learning difficulties in young children. Developmental disabilities research reviews, 15(1), 60-68.
- Kinzler, K. D., & Spelke, E. S. (2007). Core systems in human cognition. Progress in brain research, 164, 257-264.
- Khan, S. B. (2012). Preparation of effective teachers of mathematics for effective teaching of mathematics. Journal of Educational and Instructional Studies in the World, 2(4), 82-88.
- Koleszar, V., de León, D., Díaz-Simón, N., Fitipalde, D., Cervieri, I., & Maiche, A. (2020). Numerical Cognition in Uruguay: from clinics and laboratories to the classroom (Cognición numérica en Uruguay: de la clínica y los laboratorios al aula). Studies in Psychology, 41(2), 294-318.
- Leahey, E., & Guo, G. (2001). Gender differences in mathematical trajectories. Social forces, 80(2), 713-732.
- Lindberg, S., Linkersdörfer, J., Ehm, J. H., Hasselhorn, M., & Lonnemann, J. (2013). Gender Differences in Children's Math Self-Concept in the First Years of Elementary School. Journal of Education and Learning, 2(3), 1-8.
- Lipina, S. (2016). Pobre cerebro: Lo que la neurociencia nos propone pensar y hacer acerca de los efectos de la pobreza sobre el desarrollo cognitivo y emocional. Siglo XXI Editores.
- Luster, T., & Okagaki, L. (2006). Parenting: An ecological perspective (Vol. 2). Routledge.
- Luttenberger, S., Wimmer, S., & Paechter, M. (2018). Spotlight on math anxiety. Psychology research and behavior management, 11, 311.
- Marzano, R. J. (2004). Building background knowledge for academic achievement: Research on what works in schools. Ascd. Meck, W. H., & Church, R. M. (1983). A mode control model of counting and timing processes. Journal of Experimental Psychology: Animal Behavior Processes, 9(3), 320.
- Mononen, R., Aunio, P., Koponen, T., & Aro, M. (2014). A review of early numeracy interventions for children at risk in mathematics. International Journal of Early Childhood Special Education.
- National Research Council. (2009). Mathematics learning in early childhood: Paths toward excellence and equity. Washington, DC: National Academies Press.
- Nieder, A., & Dehaene, S. (2009). Representation of number in the brain. Annual review of neuroscience, 32, 185-208.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos [OCDE]. (2006). PISA 2006. Marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura.

- Piaget, J., & Battro, A. M. (1973). Estudios de psicología genética. Buenos Aires: Emece. Piaget, J., & García, R. (1982). Psicogénesis e historia de la ciencia. Siglo xxi.
- Purpura, D. J., Napoli, A. R., Wehrspann, E. A., & Gold, Z. S. (2017). Causal connections between mathematical language and mathematical knowledge: A dialogic reading intervention. Journal of Research on Educational Effectiveness, 10(1), 116-137.
- Purpura, D. J., & Logan, J. A. (2015). The nonlinear relations of the approximate number system and mathematical language to early mathematics development. Developmental Psychology, 51(12), 1717.
- Purpura, D. J., & Reid, E. E. (2016). Mathematics and language: Individual and group differences in mathematical language skills in young children. Early Childhood Research Quarterly, 36, 259-268.
- Ramirez, G., Hooper, S. Y., Kersting, N. B., Ferguson, R., & Yeager, D. (2018). Teacher math anxiety relates to adolescent students' math achievement. AERA open, 4(1), 2332858418756052.
- Reilly, D., Neumann, D. L., & Andrews, G. (2019). Gender differences in reading and writing achievement: Evidence from the National Assessment of Educational Progress (NAEP). American Psychologist, 74(4), 445.
- Rodríguez, C., & Scheuer, N. (2015). The paradox between the numerically competent baby and the slow learning of two-to four- year-old children/La paradoja entre el bebé numéricamente competente y el lento aprendizaje de los niños de dos a cuatro años de edad. Estudios de Psicología, 36(1), 18-47.
- Saxe, G. B., Guberman, S. R., Gearhart, M., Gelman, R., Massey, C. M., & Rogoff, B. (1987). Social processes in early number development. Monographs of the society for research in child development, i-162.
- Seo, K. -H., &Ginsburg, H. P. (2004). What is developmentally appropriate in early childhood mathematics education? Lessons from new research. In D. H. Clements,J. Sarama, & A. -M. DiBiase (Eds.), Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education (pp. 91–104). Hillsdale, NJ:Erlbaum.
- Siemann, J., & Petermann, F. (2018). Evaluation of the Triple Code Model of numerical processing—Reviewing past neuroimaging and clinical findings. Research in developmental disabilities, 72, 106-117.
- Sigman, M., Peña, M., Goldin, A. P., & Ribeiro, S. (2014). Neuroscience and education: prime time to build the bridge. Nature neuroscience, 17(4), 497-502.
- Singer, V., & Cuadro, A. (2014). Psychometric properties of an experimental test for the assessment of basic arithmetic calculation efficiency/Propiedades psicométricas de una prueba experimental para la evaluación de la eficacia del cálculo aritmético básico. Estudios de Psicología, 35(1), 183-192.
- Skovsmose, O. (1998). Linking mathematics education and democracy: Citizenship, mathematical archaeology, mathemacy and deliberative interaction. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 30(6), 195-203.
- Spelke, E. S., & Tsivkin, S. (2001). Language and number: A bilingual training study. Cognition, 78(1), 45-88.
- Spelke, E. S. (2005). Sex differences in intrinsic aptitude for mathematics and science?: a critical review. American Psychologist, 60(9), 950.
- Spelke, E. S. (2017). Core knowledge, language, and number. Language Learning and Development, 13(2), 147-170.
- Starr, A., Libertus, M. E., & Brannon, E. M. (2013). Infants show ratio-dependent number discrimination regardless of set size. Infancy, 18(6), 927-941.
- Stigler, J. W., & Hiebert, J (2004). Improving Achievement in Math and Science Pages 12-17.
- Tall, D. (1994, July). A versatile theory of visualisation and symbolisation in mathematics. In Invited plenary lecture at the CIAEM Conference (Vol. 1, pp. 15-26).
- Topor, D. R., Keane, S. P., Shelton, T. L., & Calkins, S. D. (2010). Parent involvement and student academic performance: A multiple mediational analysis. Journal of prevention & intervention in the community, 38(3), 183-197.
- Tosto, M. G., Petrill, S. A., Malykh, S., Malki, K., Haworth, C. M. A., Mazzocco, M. M. M., . . . Kovas, Y. (2017). Number sense and mathematics: Which, when and how? Developmental Psychology, 53(10), 1924-1939.
- Tristán López, A., & Pedraza Corpus, N. Y. (2017). La objetividad en las pruebas estandarizadas. Revista Iberoamericana de evaluación educativa.
- Upadyaya, K., & Eccles, J. S. (2014). How do teachers' beliefs predict children's interest in math from kindergarten to sixth grade?. Merrill-Palmer Quarterly (1982-), 60(4), 403-430.
- Upadyaya, K., Viljaranta, J., Lerkkanen, M. K., Poikkeus, A. M., & Nurmi, J. E. (2012). Cross-lagged relations between kindergarten teachers' causal attributions, and children's interest value and performance in mathematics. Social Psychology of Education, 15(2), 181-206.
- Ursache, A., & Noble, K. G. (2016). Neurocognitive development in socioeconomic context: Multiple mechanisms and implications for measuring socioeconomic status. Psychophysiology, 53(1), 71-82.
- Valle Lisboa, JC. et al. (2017) Cognitive abilities that mediate the effect of SES on elementary symbolic mathematics learning in the Uruguayan tablet based intervention. Prospects, 1-15.
- Walker D., Greenwood C., Hart B., Carta J. (1994). Prediction of school outcomes based on early language pro-

duction and socioeconomic factors. Child Dev. 65 606–621. 10.2307/1131404

- Wang, J. J., Odic, D., Halberda, J., & Feigenson, L. (2016). Changing the precision of preschoolers' approximate number system representations changes their symbolic math performance. Journal of Experimental Child Psychology, 147, 82–99
- White, A. L., Way, J., Perry, B., & Southwell, B. (2005). Mathematical attitudes, beliefs and achievement in primary pre-service mathematics teacher education. Mathematics teacher education and development, 7(33-52).
- Wigfield, A., Eccles, J. S., & Rodriguez, D. (1998). Chapter 3: The development of children's motivation in school contexts. Review of research in education, 23(1), 73-118.
- Willson, M., & Cooney, T. J. (2002). Mathematics teacher change and development: The role of beliefs. Beliefs: A hidden variable in mathematics education, 127-147.
- Woodcock, R. W., McGrew, K. S., & Mather, N. (2001). Woodcock-Johnson III tests of achievement.

CAPÍTULO

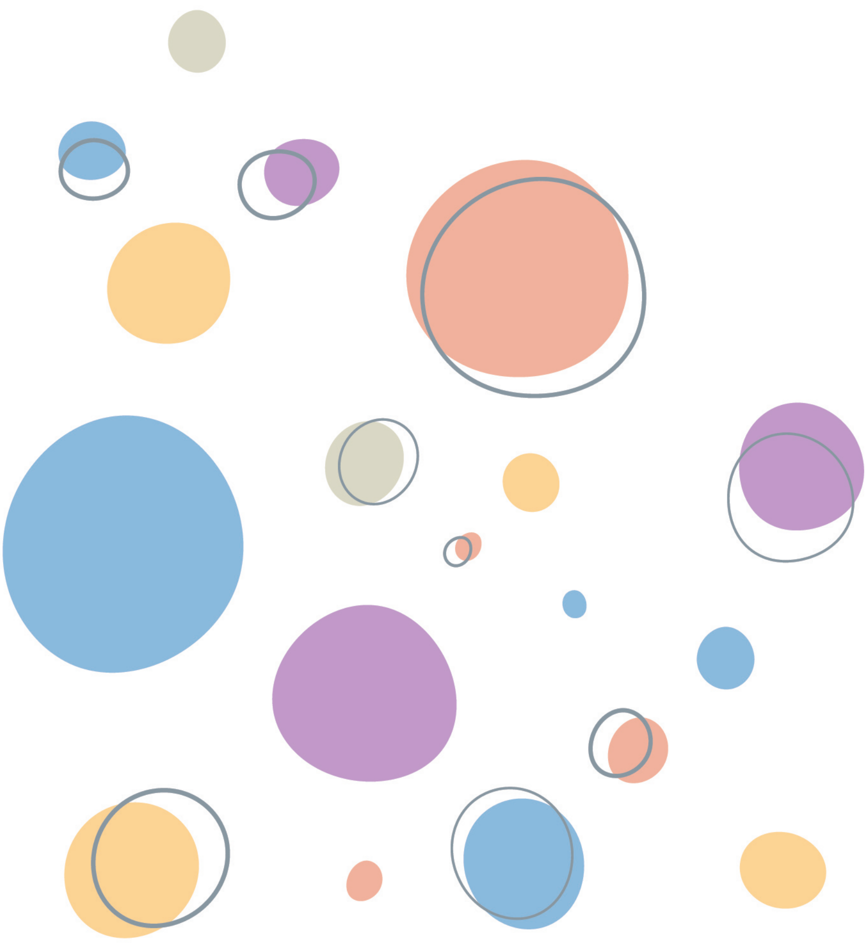
02

COGNICIÓN NUMÉRICA EN URUGUAY: DE LA CLÍNICA Y LOS LABORATORIOS AL AULA

VICTOR KOLESZAR, DINORAH DE LEÓN, NADIR DÍAZ SIMÓN, DAHIANA FITIPALDE, IGNACIO CERVIERI & ALEJANDRO MAICHE

Artículo de revisión
Revista Estudios en Psicología

Índice



Resumen

Las investigaciones en el área de la cognición numérica han mostrado resultados que podrían tener un impacto positivo en el campo de la educación a través de la introducción de modelos sobre el desarrollo de las habilidades matemáticas. En Uruguay, el surgimiento de los estudios sobre cognición numérica tiene tradición neuropsicológica y experimental. En el presente artículo se describen las principales investigaciones de los últimos treinta años desde estos dos enfoques; se describen sus resultados y sus posibles implicancias. Finalmente, se discute la importancia de la investigación en cognición numérica, la necesidad de avanzar en la formación de investigadores y la relevancia del vínculo constante con las instituciones educativas para enriquecer este campo del conocimiento y favorecer los impactos en el aula.

Palabras clave: Cognición Numérica, Educación, Uruguay

Introducción

La cognición numérica busca entender los procesos mediante los cuales los individuos perciben o entienden las ideas matemáticas. Algunas de las preguntas principales del campo son: ¿cuáles son los factores que explican los diferentes desempeños individuales en matemática? y ¿cómo surge la noción de número en el niño? Estas preguntas resultan claves para el diseño de políticas educativas y, específicamente, para la construcción de algunos planes curriculares. En este sentido, se entiende que las implicancias del acceso a esta clase de conocimiento por parte de los diferentes actores educativos son múltiples, ya que impactan directamente sobre el diseño del currículum en los primeros años de escolarización, la capacidad del sistema para identificar a aquellos niños que podrían presentar dificultades o incluso la posibilidad de disponer de estrategias de enseñanza específicas para estos casos.

El campo de la investigación en cognición numérica resulta especialmente relevante en Uruguay por dos motivos. Por un lado, de acuerdo a las pruebas PISA - 2015, el porcentaje de estudiantes de 15 años que no alcanza el umbral mínimo definido por PISA para matemática supera el 50% (esta medición se ha mantenido casi sin cambios desde 2003). Por otro lado, los datos desagregados por asignaturas muestran que, durante el ciclo básico de enseñanza media, la asignatura Matemática es sistemáticamente la que presenta los resultados de aprobación más bajos (ANEP, 2018). Si a estos datos le sumamos el fuerte peso de la matemática en relación a las trayectorias educativas generales (Duncan, 2007), tenemos que asumir que Uruguay tiene un problema importante relacionado con su aprendizaje.

El panorama en la enseñanza primaria nos muestra tendencias similares a las descritas anteriormente para la enseñanza media. Estudios internacionales como TERCE señalan que, al finalizar el ciclo escolar, más de la mitad de los estudiantes (62%) se encuentra en los niveles de desempeño más bajos (I y II) (INEEd, 2017). A nivel nacional, la prueba Aristas muestra resultados coincidentes en cuanto a distribución por niveles (INEEd, 2018). A pesar de no especificar mínimos en cuanto a logros esperados, Aristas muestra que el 51% de los estudiantes del tercer año escolar se ubican en los niveles más bajos de desempeño (1 y 2 de 5 niveles). Al llegar a sexto año los resultados muestran algunas mejoras: en los niveles 1 y 2 encontramos al 34% de niños y niñas. Sin embargo, estos resultados están atravesados por una gran inequidad en los desempeños de los estudiantes uruguayos en relación con sus condiciones socioeconómicas y culturales (INEEd, 2019).

En un marco como el que acabamos de describir, los aportes de la investigación en cognición numérica que se realiza en el país desde hace ya más de dos décadas deberían considerarse seriamente a la hora diseñar políticas educativas que intorudzcan cambios significativos, en este caso, en la enseñanza de la matemática y sobre todo en los niveles escolares de inicial y primaria.

La investigación en cognición numérica en Uruguay

Los estudios sobre cognición numérica en Uruguay parten de dos enfoques que se desarrollaron de manera independiente en diferentes instituciones académicas del país, y con objetivos distintos.

Por un lado, se puede identificar una serie de trabajos en neuropsicología dirigidos por el Prof. Sergio Dansilio, en vínculo directo con la Facultad de Medicina de la Universidad de la República (UdelaR), que comienzan en la década de 1990. Con un enfoque fundamentalmente clínico, este equipo de investigación se centró básicamente en el estudio de las discalculias en el contexto hospitalario y también dio lugar a una serie de trabajos más ligados a los problemas en el contexto educativo dentro de la Universidad Católica del Uruguay (UCU) (Dansilio, 2001; 2008a). A través de los años, los investigadores asociados a este equipo de investigación en la UCU fueron abarcando diferentes aspectos del campo de la cognición numérica, haciendo foco en las dificultades de aprendizaje ligadas al cálculo.

El segundo enfoque surge en la última década, a partir de la creación de una línea específica de investigación en cognición numérica en la Facultad de Psicología de la UdelaR.

Este equipo de investigación pone el foco en estudiar las bases cognitivas del aprendizaje de la matemática desde una perspectiva experimental, con intervenciones apoyadas en el uso en el aula de las TIC. El trabajo de este grupo aparece fuertemente vinculado a desarrollar intervenciones basadas en la estimulación del Sistema Numérico Aproximado (ANS, del inglés Approximate Number System) así como en la posibilidad de vincular contenidos no simbólicos y simbólicos mediante diferentes juegos individuales y grupales. El grupo es liderado por el Prof. Alejandro Maiche y cuenta con colaboradores internacionales referentes de esta perspectiva de investigación, como el Prof. Justin Halberda, de la Universidad Johns Hopkins o la Prof. Elizabeth Spelke, de la Universidad de Harvard.

1. Aportes desde la neuropsicología

Los primeros trabajos en Uruguay de lo que hoy reconocemos como cognición numérica fueron desarrollados a principios de la década de 1990 en el marco del Instituto de Neurología del Hospital de Clínicas de la Facultad de Medicina de la UdelaR.

A partir de estudios de diagnóstico y de abordajes terapéuticos para pacientes con daño cerebral o afecciones degenerativas, se fueron desarrollando técnicas y prácticas relacionadas con las dificultades y trastornos en la adquisición de las habilidades matemáticas. Los trabajos de investigación y divulgación realizados por este equipo han abordado los aspectos clínicos de las discalculias, así como diferentes posibilidades para su diagnóstico y tratamiento. Al mismo tiempo, este equipo de investigación ha trabajado fuertemente en diferenciar las dificultades específicas del cálculo de aquellas específicas de los trastornos del lenguaje, con el objetivo de orientar a los maestros y actores en general del mundo educativo.

Dansilio y colaboradores han publicado una serie de trabajos que presentan evidencia clínica y estudios de casos (niños, adolescentes y adultos) sobre el diagnóstico psicopedagógico de discalculias del desarrollo, el síndrome de Gerstmann del desarrollo y la interacción con las diversas dimensiones y representaciones vinculadas a la adquisición del número. Plantean también discusiones en base a teorías de las diferentes perspectivas históricas aportadas por Piaget, Gallistel y Gelman, Butterworth o Dehaene (Dansilio y Chiappas, 1999; Dalmás y Dansilio, 2000; Dansilio 2008b; Dansilio, s/f). Al poner el foco de interés en la neuropsicología del aprendizaje y, más específicamente, en el estudio clínico de los trastornos, este grupo logró implementar experiencias de trabajo en conjunto con maestras especializadas y psicopedagogas, algunas veces en coordinación con autoridades de Enseñanza Primaria y Secundaria. A modo de ejemplo, en 1994 este grupo inició un trabajo para normalizar y estandarizar un protocolo del estudio del Procesamiento del Cálculo Numérico en Adultos a partir de un financiamiento puntual de la CSIC (Comisión Sectorial de Investigación Científica), que no se consolida en un protocolo definitivo. Actualmente, este grupo impulsa -desde el Instituto de Neurología- el diseño de un protocolo de evaluación para medir el procesamiento del número y las facultades matemáticas en niños pequeños, con el objetivo de disponer de instrumentos que permitan el cribado de dificultades numéricas en el país. En 2004, el Prof. Dansilio asume la dirección del área de Neuropsicología en la Universidad Católica del Uruguay (UCU). Es entonces que se forma un grupo de trabajo orientado a identificar los signos principales de la presencia de dificultades específicas de aprendizaje matemático al inicio de la escolarización, con el objeto de realizar tratamientos y orientaciones tempranas (Balbi & Dansilio, 2010).

Este trabajo inicial permitió conformar un grupo de investigación que, en la actualidad, se desempeña en torno a tres áreas asociadas a la adquisición de habilidades de cálculo matemático (Rodríguez, Cuadro y Ruiz, 2019): la relevancia de la identificación de las dificultades en el cálculo aritmético (Balbi, Ruiz & García, 2017); las técnicas de evaluación e intervención en el cálculo (Singer, Cuadro, Costa & von Hagen, 2014; Singer & Cuadro, 2014; Ruiz, C. y Balbi, 2018) y los estudios relacionados con la influencia de las variables sociodemográficas en las habilidades matemáticas.

Relevancia de la identificación de las dificultades en el cálculo

Balbi, Ruiz & García (2017) comparan las diferencias que existen en la cantidad de diagnósticos de dificultades en cálculo (DAC) con la cantidad de diagnósticos en dificultades de lectura (DAL). La hipótesis central de esta investigación sugiere que existe una mayor detección, por parte de los docentes, de los problemas en el área de la lectura y respecto a las DAC. Para contrastar dicha hipótesis, en la investigación analizan tres grupos de niños (168 niños de de entre 3ero y 6to de primaria): los primeros dos grupos se componen de niños con riesgo de DAC y DAL respectivamente y un tercer grupo que no presenta dificultades en ninguna de estas áreas. Para cada uno se analiza la cantidad de reportes de los docentes que hacen referencia a dificultades de aprendizaje previas al análisis de grupos durante la historia escolar del niño.

Los autores encuentran diferencias significativas entre los reportes del grupo con DAL y el normotípico; es decir, que el personal docente en general identifica a los niños con dificultades en lectura. Sin embargo, no se encuentran diferencias significativas entre los reportes del grupo con DAC y el grupo normotípico y, además, cuando se compara entre los reportes de los grupos con DAL y DAC, tampoco se encuentran diferencias significativas. Pueden esbozarse varias explicaciones de estos resultados un tanto contradictorios. Entre ellas, las autoras señalan el poco conocimiento que poseen los docentes sobre las dificultades en el cálculo, la falta de herramientas de evaluación y la alta comorbilidad de las dificultades de cálculo con las dificultades lectoras (Balbi, Ruiz & García, 2017).

Técnicas de evaluación e intervención en el cálculo

El desarrollo de herramientas para la evaluación de las capacidades numéricas y para el diagnóstico de dificultades específicas del aprendizaje ha sido otro de los focos de investigación de este grupo con origen en la Universidad Católica del Uruguay. El Test de Eficacia en el Cálculo Aritmético (TECA) (Singer, Cuadro, Costa & Von Hagen, 2014) evalúa la eficacia aritmética, en términos de precisión y velocidad, a través de combinaciones numéricas básicas (combinaciones de números naturales del 1 al 20). La prueba consta de tres escalas: de “suma y resta”, compuesta de 72 ítems que pueden ser administrados a estudiantes de primero a sexto de primaria; y las de “Multiplicación” y “División”, para estudiantes de tercero a sexto grado, compuestas de 36 ítems cada una. Los análisis de validez de contenido (que incluyeron análisis de ítems, dimensionalidad y fiabilidad) se realizaron con 331 estudiantes de primero a sexto grado de educación primaria y mostraron evidencia de la validez de una estructura unidimensional, acorde con los planteamientos teóricos (Singer & Cuadro, 2014). Los autores señalan que el TECA permite disponer de información del proceso de adquisición del cálculo en las cuatro operaciones básicas a lo largo del ciclo escolar y, al mismo tiempo, facilita la detección de niños y niñas con posibles dificultades de aprendizaje de cálculo (DAC). Este test es todavía tímidamente usado en el país a nivel educativo, aunque es probable que sea una referencia bastante usual en el ámbito clínico privado.

En otro trabajo de intervención realizado por este equipo (Singer, Ruiz & Cuadro, 2018) se analiza la contribución independiente de las habilidades lingüísticas y el ANS en el desempeño de la eficacia del cálculo. Para ello, se evaluó a 679 estudiantes, de entre tercer y sexto grado de diferentes colegios de Montevideo, en fluidez del cálculo aritmético, procesamiento fonológico, vocabulario, memoria de trabajo y ANS. Mediante análisis multinivel, se encontró que todas las variables estudiadas contribuyen parcialmente a la fluidez en el cálculo, aunque las habilidades lingüísticas explican una mayor proporción de la varianza.

En otro estudio realizado recientemente por autores de este grupo (Ruiz y Balbi,2018) se propone impactar sobre habilidades cognitivas matemáticas de niños de siete años de edad, mediante una intervención de estimulación del cálculo mental, basada en un diseño cuasi-experimental con un grupo experimental (N=25) y otro de control activo (enseñanza tradicional) (N=25). La intervención de la que participaron los sujetos del grupo experimental consistió en un programa de 15 sesiones durante cinco semanas, estructurado a partir de una serie de actividades similares a las propuestas en el aula, pero diseñadas específicamente para estimular el aprendizaje de hechos numéricos, reglas del sistema numérico y estrategias de cálculo. Tanto el grupo experimental como el de control activo fueron evaluados mediante diversas pruebas (TECA, cálculo de dos dígitos, Línea Numérica). Los resultados de la investigación muestran que no hay diferencias significativas entre los grupos, aunque, para ambos se encontraron diferencias entre las evaluaciones pre y post que componen la medida de desempeño matemático. Las autoras resaltan la mejora en las habilidades de desempeño matemático de ambos grupos y señalan la dificultad para comparar contra uno de control de enseñanza tradicional de la matemática (Ruiz & Balbi, 2018).

Otros estudios sobre variables sociodemográfica

La investigación en habilidades matemáticas ha sido abordada también desde la perspectiva del impacto de variables como el nivel socioeconómico, el sexo y el grado escolar. Cuadro, Bang, Navarrete & Suero (2008) se centraron en investigar la influencia de variables sociodemográficas en el desarrollo de competencias cognitivas y sociales, específicamente en población infantil (27 niños de entre 7 y 13 años) que ha estado en situación de calle (nivel socioeconómico muy bajo). Se evaluaron variables sociodemográficas y de desarrollo neuropsicológico de los participantes, tales como el lenguaje oral, la relación con el código escrito, habilidades de razonamiento matemático (medidas a través de las Subprueba de Aritmética y Dígitos de Wisc III,Wechsler, 1997) y el funcionamiento cognitivo general. El objetivo central de este estudio fue establecer un perfil que incluyera los rasgos principales de sus posibles trayectorias de desarrollo, considerando el estado actual y las potencialidades sobre las que se pueden basar intervenciones socioeducativas. Como resultado general se observaron perfiles cognitivos y también habilidades lógico-matemáticas significativamente menores a los esperados para la edad y los años de escolarización. Las mayores potencialidades, aunque también con rendimientos descendidos, se identificaron en el desempeño de operaciones aritméticas y series numéricas (Aritmética del Wisc-III), probablemente resultado de las actividades realizadas en el contexto de calle que implican el manejo de dinero.

Las investigaciones realizadas por este equipo en relación a la incidencia de las variables sociodemográficas apuntan a la necesidad de desarrollar estrategias con miras a disminuir el efecto negativo de estas variables en el desempeño matemático. De modo general, proponen que estas estrategias deberían involucrar a las familias, así como también a los centros educativos (von Hagen, Cuadro & Giloca, 2017).

2. Aportes desde la perspectiva experimental

En el año 2010, la Facultad de Psicología de la Universidad de la República (UdelaR) creó el Centro de Investigación Básica en Psicología (CIBPsi), en el que funciona el grupo de investigación en Cognición Numérica. Este grupo se orienta hacia el estudio de los procesos cognitivos involucrados en el aprendizaje de los números y la matemática en los primeros años de escolarización.

La estimulación del ANS a gran escala

En el año 2013, el equipo de cognición numérica de la UdelaR pone en marcha un proyecto de intervención a gran escala en diez escuelas públicas del país de distintos niveles socioculturales, que abarca a casi mil niños y niñas de primer grado escolar. Este proyecto, que se realiza con la colaboración del Plan Ceibal, se basa en un diseño pre-post con un programa de estimulación de las habilidades numéricas basado en juegos para tablets del Plan Ceibal. El programa implicó la evaluación de las habilidades cognitivas vinculadas a conceptos numéricos y matemáticos en niños del primer año de escuela primaria, con el objetivo de determinar si una intervención corta podría mejorar el aprendizaje formal de la matemática.

El programa buscaba fortalecer en los niños y niñas la capacidad de estimación de cantidades (vinculadas al ANS) a través de diferentes juegos que se aplicaron en distintas sesiones durante cinco semanas. Se evaluaron habilidades cognitivas generales y numéricas, como comparación de magnitudes no simbólicas, discriminación temporal, reconocimiento numérico, comparación de magnitudes simbólicas, estimación de cantidades y magnitudes, búsqueda visual, línea numérica, aritmética simple, memoria de trabajo, vocabulario y ansiedad matemática.

La hipótesis de trabajo se apoyaba en la idea de que el refinamiento en la precisión del ANS, a través de la discriminación de cantidades no simbólicas, puede generar las condiciones apropiadas para facilitar la comprensión del número y esto, a su vez, puede promover una mejora en la capacidad de realización de operaciones aritméticas. Como resultados de esta investigación, Valle Lisboa et al. (2017a; 2017b) concluyen que es posible estimular el ANS y aumentar su precisión a través de intervenciones cortas mediadas por juegos implementados en tablets, y que ello influye positivamente en las habilidades matemáticas en niños de primer grado. Sin embargo, este proyecto no incluyó un grupo control, por lo que no fue posible establecer la presencia de una relación causal. Los autores señalan además, que la intervención tuvo resultados diferenciales según el nivel sociocultural de la escuela. Los resultados muestran mayores efectos en aquellos niños pertenecientes a los quintiles más bajos, aunque esto podría deberse a que realizaron más actividades o también a que su punto de partida (en promedio) era menor.

En otro artículo publicado por este grupo (Odic et al., 2016), los autores analizan las relaciones entre la estimación del tiempo, de cantidades y las habilidades matemáticas en el marco de la propuesta teórica ATOM (Walsh, 2003). Mediante análisis de correlación se muestra que las representaciones aproximadas de cantidades y tiempo son diferentes, a pesar de que ambas correlacionan con el desempeño matemático. Los autores concluyen que la habilidad para el ANS correlaciona de manera más fuerte que la discriminación temporal con el desempeño matemático formal y, a la vez, que para el ANS se mantiene esta asociación cuando se controla por la precisión en la estimación temporal y la memoria de trabajo. Los resultados permiten afirmar que las representaciones de tiempo y número son diferentes y aportan elementos para entender mejor la relación de estas magnitudes (tiempo y cantidad) con el desempeño matemático, al menos en niños de primer grado escolar.

El proyecto ejecutado por este grupo de investigación en colaboración con el Plan Ceibal sirvió para visibilizar los avances existentes en el país en investigación experimental en el campo de la cognición numérica, y significó la primera salida de la psicología cognitiva experimental del laboratorio a las aulas escolares. En este sentido, el proyecto funcionó como motor de arranque para diversas iniciativas. Por un lado, el Plan Ceibal crea el centro de estudios Ceibal para focalizar allí sus capacidades de investigación y desplegar desde esa estructura su verdadera potencialidad de influencia en la educación del país. Por otro lado, comienza un proceso de apertura en las escuelas a ricos intercambios entre maestros e investigadores y un contacto directo de la academia con los centros educativos, que permitió un mayor acercamiento de los docentes al mundo de la investigación empírica y, específicamente, a los conocimientos sobre psicología cognitiva. Un dato que permite validar este mayor acercamiento es la cantidad de docentes y educadores que han participado de actividades e instancias formativas como el curso "Aportes de las Ciencias Cognitivas a la Educación" (200 participantes), o el "Simposio de Educación, Cognición y Neurociencias" (300 participantes) y las "Reuniones Académicas de Trabajo" (200 participantes), que miembros de este grupo en el marco del CICEA han organizado desde 2017 a la fecha. Asimismo, como parte de este proyecto de investigación, el equipo también avanzó en el diseño de una Prueba Uruguaya de Matemática (PUMA), basada en tablets y organizada en formato de juegos, dirigida a evaluar competencias matemáticas en niños que comienzan la etapa escolar (González et al., 2016; Valle-Lisboa et al., 2017a). Se trata de una evaluación que tiene la particularidad de no necesitar de lectura autónoma y puede ser aplicada de manera autoadministrada, debido a que el software regula la interacción con el niño a través de instrucciones de audio. Esta prueba evalúa diferentes competencias numéricas y matemáticas que incluyen tareas de reconocimiento numérico, transcodificación, composición y descomposición numérica, ordenamiento de números arábigos, posicionamiento en la línea numérica y resolución de problemas de adición. Se puede encontrar una descripción más detallada de sus posibilidades y uso en las publicaciones del grupo (Odic et al., 2016; Valle-Lisboa et al., 2017a; Valle Lisboa et al., 2017b) así como en la página web que detalla todas las fases y tareas utilizadas en esta investigación.

Refinando la mirada: la experimentación en grupos pequeños

En los años posteriores al proyecto de estimulación de ANS a gran escala, el equipo de cognición numérica de la UdelaR continuó su trabajo de investigación explorando la importancia del refinamiento de la precisión del método para el edesempeño matemático a través de diferentes intervenciones en aula de menor tamaño.

En González et al. (2016), se presentan los resultados de una intervención realizada en dos clases de 1er grado (N=44) que se basa en la utilización de un juego de cartas diseñado especialmente para el estudio. Se utilizó un diseño cuasi-experimental de tipo crossover con dos grupos y tres periodos de evaluación. Esta estaba compuesta por diferentes test de matemática que miden el desempeño en habilidades numéricas simbólicas y no simbólicas (sistema numérico aproximado, cálculo y problemas de razonamiento matemático). Durante el tiempo que cada grupo no formaba parte de la intervención recibía clases de forma tradicional. El juego utilizado para la intervención fue coordinado por el docente de la clase y se basa en un conjunto de cartas con estímulos diferentes en ambas caras. En una de las caras de la carta aparece un estímulo típicamente de ANS donde hay dos conjuntos de puntos (de distintos colores), mientras en la otra cara de la carta aparece la representación simbólica (en números arábigos) de los conjuntos de puntos. El juego se realiza en grupos de cuatro o cinco niños que deben ir colocando cada carta en el lugar que corresponde al color que tiene mayor cantidad de puntos. Los niños disponen libremente de las cartas, lo que implica que podrán tomar su decisión en base al ANS (mirando la cara de los puntos) o en base a información simbólica (mirando la cara con los números arábigos). El juego busca estimular la conexión entre los perceptos no simbólicos (conjunto de puntos) y el contenido simbólico que los representa (números arábigos). Se espera que, para ratios cercanos a uno, donde la información no simbólica (puntos) es ambigua, los niños perciban la utilidad de los símbolos numéricos para tomar su decisión y, de esta manera, se facilite el necesario mapeo entre lo no simbólico y lo simbólico que se requiere en esta etapa del aprendizaje matemático.

Los autores muestran efectos positivos de la intervención en el desempeño matemático simbólico (Test de Sumas Simbólicas y PUMA) y sugieren la utilización de este tipo de juegos como parte de las estrategias pedagógicas de la enseñanza formal de la matemática para favorecer el desempeño matemático de niños en una etapa inicial de su escolarización (seis años). Si bien los resultados son promisorios y sugieren, en efecto, la potencialidad del uso de este tipo de recursos, es necesario tener en cuenta que, tal como indican los investigadores, estos resultados no deben considerarse concluyentes, debido al tamaño de la muestra.

Durante 2017 y 2018 se llevó adelante otra intervención en aula basada en materiales didácticos y juegos educativos desarrollados por este grupo de trabajo (Langfus, et. al 2019). El proyecto buscó estudiar las relaciones entre las nociones de espacio, tiempo y número con la aritmética simbólica. Dentro de los objetivos del proyecto se consideraba también la necesidad de desarrollar materiales didácticos que pudieran ser utilizados directamente por los docentes en el aula. El proyecto incluyó la creación de una aplicación (Matemáticas Monstruosas) para tablets del Plan Ceibal, que consta de cuatro minijuegos de estimulación de diferentes habilidades con ejercicios de comparaciones y estimaciones de cantidades, de tiempo y de espacio; así como un libro didáctico de actividades con el mismo diseño y personajes que la aplicación, para ser utilizado como libro de clase por los niños. El libro propone actividades en orden de dificultad creciente pensadas para niñas y niños de segundo y tercer año escolar. Las actividades fueron diseñadas junto a un grupo de diez maestras que participaron voluntariamente del proyecto de investigación, lo cual es, en sí mismo, parte de ese proceso de acercamiento entre docentes e investigadores. El equipo de maestras se integró durante aproximadamente un año de trabajo, y tuvo un rol central en la retoralimentación para la definición de los juegos, el anclaje en la cotidianidad de los niños, y el diseño de los ejercicios con niveles de dificultad creciente para el libro de actividades.

La investigación se realizó con 386 niñas y niños de Montevideo y Canelones, de segundo y tercero de escuela. En esta hubo una intervención con los materiales desarrollados (grupo experimental) y se evaluó también a un grupo control, que en el período de la intervención tuvo clases en formato tradicional. Los resultados mostraron avances de ambos grupos en las medidas de ANS y Cálculo Aritmético pre-post, pero no se observó un efecto mayor en la condición experimental. Igualmente, los autores señalan una tendencia positiva de la intervención para alguno de los grupos divididos por nivel socioeconómico [quintiles Muy Bajo (1) y Medio (3)]. Asimismo, se muestra un efecto de mejora para aquellos estudiantes que presentan en su trayectoria académica eventos de repetición [quintil Medio (3)] , aunque en estos casos los tamaños de los grupos son relativamente pequeños como para afirmar una conclusión en este sentido.

Proyectos en curso: promoviendo los aprendizajes iniciales de la matemática

En el año 2018 el equipo de investigación comienza una línea de investigación ligada al estudio del involucramiento de los padres en los aprendizajes de los hijos a través de actividades de la vida cotidiana relacionadas con la matemática. Bajo la hipótesis de que estas actividades potencian el aprendizaje de la matemática (LeFevre, 2009), se buscó replicar la relación entre actividades numéricas y desempeño matemático reportada en la literatura a partir de un estudio correlacional (N=37 niños) donde se verificó dicha asociación (De León, et al., 2021). Posteriormente, se realizó un estudio experimental con 140 madres y padres en dos instituciones públicas de educación inicial, con una intervención basada en la realización de talleres sobre juegos y uso de números en actividades cotidianas del hogar. El análisis de los datos y la publicación con los resultados se encuentran aún en fase de desarrollo.

Con el objetivo de potenciar el uso de las tablets del Plan Ceibal desde la perspectiva experimental, otra parte del equipo viene trabajando en torno a las habilidades matemáticas de la primera infancia y desarrolló para esto el proyecto CETA (Ceibal Tangible), que permitió la creación de un dispositivo de interacción tangible para el aprendizaje de conceptos matemáticos (Marichal et al., 2017). Para probar la utilidad de este dispositivo se desarrolló el videojuego BRUNO, dirigido a niños de primer año de educación primaria, y se evaluó su impacto a través de un diseño experimental de tres condiciones, dos experimentales (interacción tangible, interacción virtual) y un grupo control. Si bien la muestra es pequeña (24 niños y niñas) los resultados comparativos del desempeño matemático, evaluado mediante el instrumento TEMA-3, señala mejoras significativas para la condición experimental de interacción tangible (Pires et al., 2019).

3. De la cognición numérica a la enseñanza de la matemática

Los descubrimientos científicos antes descritos apuntan a comprender cómo los niños incorporan los conocimientos numéricos. Muchos de ellos provienen de la investigación reciente en neurociencia cognitiva planteada por autores como Stanislas Dehaene o Elizabeth Spelke, y apuntan a la construcción de una nueva propuesta para el aprendizaje de la matemática en edad escolar. Dehaene (1997) explica cómo emergen, desde temprana edad, las funciones cognitivas que soportan la aparición de los conceptos matemáticos en los niños. Algunos años más tarde, Spelke (2011) plantea la existencia de un conjunto de núcleos de conocimiento innato que serían la base de los futuros aprendizajes.

Sin embargo, la capacidad de entender y utilizar conceptos matemáticos para resolver problemas no se asienta en una única habilidad cognitiva y difícilmente se pueda concluir que es algo totalmente innato o algo únicamente aprendido. La matemática, como conocimiento complejo con componentes culturalmente adquiridos, se apoya en diferentes procesos de dominio general tales como el lenguaje, el procesamiento visuoespacial, la memoria y la atención, que tienen una base ontogenética, modificable por el aprendizaje (Carey, 2009; Dehaene, 1997; Gelman y Gallistel, 1978). El estudio de la cognición numérica busca comprender las bases cognitivas y neurales de las representaciones mentales de las cantidades y su relación con los conceptos matemáticos para refinar las estrategias didácticas y pedagógicas que los docentes utilizan a la hora de enseñar matemática.

La mayor parte de los trabajos reportados en este artículo se inscribe en esta línea. Es decir que apuntan a conocer los mecanismos básicos de la cognición numérica con vocación de impactar en la educación matemática y, específicamente, en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática en edad escolar. En este sentido, se diseñan y evalúan diferentes programas de estimulación de las capacidades numéricas nucleares (Spelke y Kinzler, 2007) que nacen con la intención de ser transferidos luego a estrategias pedagógicas y actividades didácticas que faciliten, por ejemplo, la adquisición del concepto de número. Los avances siguen siendo incipientes en cuanto al impacto y la transferencia de estas investigaciones al aula y su amplificación, pero el mayor involucramiento de docentes en estas temáticas hace pensar en que estos campos se van acercando.

4. De la enseñanza de la matemática a la cognición numérica

En el campo de la cognición numérica aún se discute fuertemente respecto a modelos, teorías y concepciones diferentes sobre cómo adquirimos los conocimientos matemáticos. De todas maneras, los avances que se han producido en los últimos años sobre las bases cognitivas del aprendizaje y, en particular, referidos a las bases cognitivas del aprendizaje de la matemática, permiten vislumbrar cambios en la enseñanza.

En los últimos cien años hemos avanzado enormemente en nuestra comprensión de cómo los humanos aprendemos y procesamos información, pero, como suele suceder en las primeras fases de la creación de un campo de conocimiento, aún nos encontramos debatiendo modelos y teorías del aprendizaje que, en muchos casos, resultan contrapuestas. Las ideas constructivistas influyeron fuertemente en el sistema educativo uruguayo (CEIP, 2013) y, por consiguiente, en la mayoría de los currículos de matemática. Sin embargo, en el campo de la cognición numérica, por ejemplo, a diferencia de lo que Piaget (1952) y otros autores señalaban, los bebés parecen responder intuitivamente a las propiedades numéricas de su mundo visual, aún antes de poder hacer uso del lenguaje, del razonamiento abstracto o de la posibilidad de manipular el entorno (Butterworth, 2005).

Un importante colectivo de científicos cognitivos y educadores matemáticos argumentan que venimos al mundo con una serie de programas destinados a facilitarnos la interacción con elementos claves del mundo, como pueden ser los rostros, las intenciones o las cantidades (Dehaene, 2019). A partir de evidencias empíricas sobre estos conocimientos básicos (core knowledge, Spelke & Kinzler, 2007) argumentan a favor de una enseñanza que se apoye en algunas intuiciones relacionadas a las cantidades (compartidas con otras especies), que podrían ser la base de la adquisición de la matemática (Dehaene, 1997). Este es un buen ejemplo sobre cómo los descubrimientos recientes en ciencia cognitiva pueden impactar en el diseño de los programas curriculares de matemática. En este sentido, no es lo mismo diseñar un plan de estudios para educación inicial que parta de la idea de que los niños llegan a la escuela sin nociones relativas al sentido numérico, que diseñarlo a partir de asumir que existen desde el nacimiento conocimientos universales relativos al sentido numérico (Lipton & Spelke, 2003).

De todas maneras, también es entendible que la incorporación a los programas curriculares de matemática de descubrimientos aún recientes de la investigación se produzca a diferentes ritmos. Los procesos de influencia mutua entre la investigación y las formas de enseñanza escolar son muy dependientes de los actores locales y, por esa misma razón, el objetivo no debe estar solo centrado en la influencia de unos sobre otros sino más bien en el acercamiento continuo y la conformación de grupos de trabajo mixtos, donde los responsables de la enseñanza en las aulas sean parte inherente de los procesos de investigación que se desarrollan en las universidades y centros de estudio. A nuestro juicio, es esta la estrategia más robusta que puede permitir la incorporación relativamente rápida de los descubrimientos científicos a los programas de enseñanza y al diseño de políticas públicas en educación (Simms, McKeaveney, Sloan y Gilmore, 2019).

En el caso particular de Uruguay, creemos que, si bien es cierto que el desarrollo del campo de investigación en cognición numérica lleva ya unos años de producción y marcada vocación de influencia en las prácticas de enseñanza, la apropiación de los conocimientos sobre sobre el tema por parte de los actores educativos es aún muy incipiente. Se puede ver con claridad en el análisis de los resultados de investigación presentados en este artículo que el desarrollo de las diferentes líneas de trabajo ha tenido, por el momento, limitada influencia en el diseño de políticas públicas o en la construcción de currículums. Si bien no disponemos de un estudio específico que muestre las causas de esa escasa influencia, podemos suponer que esta se relaciona con el hecho de que los cambios en las prácticas de enseñanza, como todo proceso humano, requieren de un período de apropiación por parte de los actores de dichas prácticas, que no puede realizarse desde los escritorios donde se diseñan las políticas. Los cambios en la enseñanza deben hacerse a partir de las transformaciones conceptuales que se produzcan en los actores de dichas prácticas y no pueden decretarse desde el diseño de política. En este sentido, si bien creemos que aún es pronto para vislumbrar modificaciones en los currículums, existen otros elementos, como el creciente interés e involucramiento de maestros y directores en la formación de postgrado en ciencias cognitivas, que permiten pensar que se ha comenzado a transitar un camino que posibilitará mejores resultados.

Referencias bibliográficas

- ANEP (2018). Monitor Educativo Liceal. Dirección de Planeamiento y Evaluación Educativa. CES. Recuperado en https://www.ces.edu.uy/files/2019/Liceos/Presentacin_Monitor_Educativo_Liceal_2018_A4_.pdf
- Balbi, A., & Dansilio, S. (2010). Dificultades de aprendizaje del cálculo: contribuciones al diagnóstico psicopedagógico. Ciencias Psicológicas, 4(1), 7-15.
- Balbi, A., Ruiz, C., & García, P. (2017). ¿Hay diferencias en la habilidad del docente para identificar dificultades en cálculo y en lectura? Revista Neuropsicología Latinoamericana, 9(1), 47-55.
- Carey, S. (2009). Where our number concepts come from. The Journal of Philoshophy, 106(4), 220.
- CEIP (2013). Programa de Educación Inicial y Primaria 2008. Recuperado en http://www.ceip.edu.uy/documentos/normativa/ programaescolar/ProgramaEscolar_14-6.pdf
- Cuadro, A., Barg, G., Navarrete, I., & Suero, M. (2008). Evaluación de las competencias cognitivas y sociales de niños que han estado en situación de calle. Ciencias Psicológicas, 2(2).
- Dalmás, J. F., & Dansilio, S. (2000). Visuographemic alexia: A new form of a peripheral acquired dyslexia. Brain and Langua- ge, 75(1), 1-16.
- Dansilio, S. (2001). Trastornos de las Facultades Matemáticas: Las acalculias y las discalculias. Publicación del Departamento de Historia y Filosofía de la Ciencia. Instituto de Filosofía Montevideo, Uruguay.
- Dansilio, S. (s/f). Discalculia: perspectivas y aspectos neuropsicológicos. Importancia del Tema. En Fundación de Neuropsicología Clínica, Buenos Aires, Argentina.
- Dansilio, S. (2008a) "Los trastornos del cálculo y el procesamiento numérico". En Neuropsicología Hoy. Prensa Médica Latinoamericana. Montevideo. Uruguay. (informe Jugando a estimar)
- Dansilio, S. (2008b). Síndrome de Gerstmann del Desarrollo y trastornos en la adquisición de las matemáticas. Ciencias Psicológicas, II (1), 55-64.
- DeLeón, D., Sánchez, I., Koleszar, V., Cervieri, I., & Maiche, A. (2021). Actividades numéricas en el hogar y desempeño matemático en niños preescolares. Revista Argentina De Ciencias Del Comportamiento, 13(3), 49–58. https://doi.org/10.32348/1852.4206.v13.n3.19928
- DeWind, N. K., & Brannon, E. M. (2012). Malleability of the approximate number system: effects of feedback and training. Frontiers in Human Neuroscience, 6(April), 1–10. https://doi.org/10.3389/fnhum.2012.00068
- Dehaene, S. (1997). The number sense. Oxford University Press.
- Dehaene, S. (2019). ¿Cómo aprendemos?: Los cuatro pilares con los que la educación puede potenciar los talentos de nuestro cerebro. Siglo XXI Editores.
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., & Sexton, H. (2007). School readiness and later achievement. Developmental psychology, 43(6), 1428.
- Gelman, R., & Gallistel, C. (1978). Young children's understanding of numbers. A window on early cognitive development. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- González, M., Kittredge, A., Sánchez, I., Fleischer, B., Spelke, E., & Maiche, A. (2016). Card Games: A way to improve math skills through stimulating ANS. Neuro Educação, 8, 34-36.
- Gonzales Perilli, F., Soria, R., Pascale, M., Sansone, G., Fleischer, B., Puig, F., ... & Marichal, S. (2017) Educación Tangible. Nuevas formas de interacción para el aprendizaje. Montevideo, Uruguay. Recuperado de https://digital.fundacionceibal.edu.uy/ jspui/bitstream/123456789/223/1/FSED_2_2015_1_120888.pdf
- INEEd. (2019). Informe sobre el estado de la educación en Uruguay 2017-2018. Montevideo: INEEd.
- INEEd. (2017). Informe sobre el estado de la educación en Uruguay 2015-2016. Recuperado de:https://www.ineed.edu.uy/ images/pdf/Informe-sobre-el-estado-de-la-educacion-en-Uruguay-2015-2016.pdf
- INEEd (2018), Aristas 2017. Informe de resultados de tercero y sexto de educación primaria, INEEd, Montevideo.
- Kleinschmidt, A., Buchel, C, Hutton, C, Friston, K. J., & Frackowiak, R. S. (2002). The neural structures expressing perceptual hysteresis in visual letter recognition. Neuron, 34(A), 659-666. doi: 10.1016/S0896- 6273(02)00694-3
- Langfus, J., Maiche, A., De León, D., Fitipalde, D., Mailhos, Á., & Halberda, J. (2019). The Effects of SES, Grade-Repeating, and IQ in a Game-Based Approximate Math Intervention. In D. C. Geary, B. Berch, D, & K. Mann Koepke (Eds.), Cognitive Foundations for Improving Mathematical Learning. Volume 5 in Mathematical Cognition and Learning (pp. 37–67). Academic Press. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/B978-0-12-815952-1.00002-5
- LeFevre, J. A., Skwarchuk, S. L., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Kamawar, D., & Bisanz, J. (2009). Home numeracy experien- ces and children's math performance in the early school years. Canadian Journal of Behavioural Science/ Revue canadienne des sciences du comportement, 41(2), 55.
- Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2003). Origins of Number Sense: Large-NumberDiscrimination in Human Infants. Psychological Science, 14(5), 396–401.http://doi.org/10.1111/1467-9280.01453

• Marichal, S., Rosales, A., Perilli, F. G., Pires, A. C., Bakala, E., Sansone, G., & Blat, J. (2017). CETA. Proceedings of the 19th International Conference on Human-Computer xInteraction with Mobile Devices and Services - MobileHCI '17. doi:10.1145/3098279.3098536

• Odic, D., Hock, H., & Halberda, J. (2014). Hysteresis effects approximate number discrimination in young children. Journal of Experimental Psychology: General, 143(1), 255-265. https://doi.org/10.1037/a0030825

• Odic, D., Valle-Lisboa, J. V., Eisinger, R., Olivera, M. G., Maiche, A., & Halberda, J. (2016). Approximate number and approximate time discrimination each correlate with school math abilities in young children. Acta Psychologica, 163, 17–26. https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2015.10.010

• Piaget, J. (1952), Génesis del número en el niño, Buenos Aires, Guadalupe, 1987.

• Pires, A. C., González Perilli, F., Bakała, E., Fleischer, B., Sansone, G., & Marichal, S. (2019). Building blocks of mathematical learning: virtual and tangible manipulatives lead to different strategies in number composition. In Frontiers in Education (Vol. 4, p. 81). Frontiers.

• Rodríguez, C., Cuadro, A., & Ruiz, C. (2019). Mathematics Learning and Its Difficulties: The Cases of Chile and Uruguay. In International Handbook of Mathematical Learning Difficulties (pp. 213-230). Springer, Cham.

• Simms, V., McKeaveney, C., Sloan, S., & Gilmore, C. (2019). Interventions to improve mathematical achievement in primary school-aged children.

• Singer, V., & Cuadro, A. (2014). Psychometric properties of an experimental test for the assessment of basic arithmetic calculation efficiency/Propiedades psicométricas de una prueba experimental para la evaluación de la eficacia del cálculo aritmético básico. Estudios de Psicología, 35(1), 183-192.

• Singer, V., Cuadro, A., Costa, D., & Von Hagen, A. (2014). Manual Técnico del Test de Eficacia del Cálculo Aritmético. Montevideo, Uruguay: Magro Editores.

• Singer, V. y Cuadro, A. (2014). Propiedades psicométricas de una prueba experimental para la evaluación de la eficacia del cálculo aritmético básico. Estudios de Psicología, 35 (1), 183-192. doi: 10.1080/02109395.2014.893657

• Singer, V. y Strasser, K. (2017). The association between arithmetic and reading performance in school: A meta-analytic study. School Psychology Quarterly. https://doi.org/10.1037/spq0000197

• Spelke, E. S. (2011). Core systems and the growth of human knowledge: Natural geometry. In A. M. Battro, S. Dehaene, & W. J. Singer (Eds.), The Proceedings of the Working Group on Human Neuroplasticity and Education: Human Neuroplasticity and Education Vol. 117(pp. 73-99). Vatican City: The Pontificial Academy of Sciences.

• Spelke, E. S., & Kinzler, K. D. (2007). Core knowledge. Developmental science, 10(1), 89-96.

• Temple, C. M., & Sherwood, S. (2002). Representation and retrieval of arithmetical facts: Developmental difficulties. The Quarterly Journal of Experimental Psychology: Section A, 55(3), 733-752.

• Valle Lisboa, J., Cabana, A., Eisinger, R., Mailhos, A., Luzardo, M., Halberda, J., Maiche, A (2017a). Cognitive abilities that mediate the effect of SES on elementary symbolic mathematics learning in the Uruguayan tablet based intervention. Prospects. Comparative Journal of Curriculum, Learning, and Assessment, vol 47, issue 1, 1-15.

• Valle Lisboa, J., Mailhos, A., Eisinger, R., Halberda, J., González, M., Luzardo, M., & Maiche, A. (2017b). Estimulación cognitiva a escala poblacional utilizando tabletas. Del sistema numérico aproximado (ANS) a la matemática simbólica. In Pensar las TIC desde la ciencia cognitiva y la neurociencia (pp. 147-172). Gedisa.

• Von Hagen, A. , Cuadro, A., & Giloca, V. (2017). La construcción de hechos numéricos básicos: Incidencia del sexo, curso y nivel socioeconómico del alumno. Ciencias Psicológicas, 11(1), 67-76.

• Walsh, Vincent. (2003). A Theory of Magnitude: Common Cortical Metrics of Time, Space and Quantity. Trends in cognitive sciences. 7. 483-8. 10.1016/j.tics.2003.09.002.

• Wang, J., Odic, D., Halberda, J., & Feigenson, L. (2016). Changing the precision of preschoolers' approximate number system representations changes their symbolic math performance. Journal of Experimental Child Psychology, 147, 82–99. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2016.03.002

• Wechsler, D. (1997). Wisc-III. Test de inteligencia para niños. Buenos Aires: Paidós.

CAPÍTULO

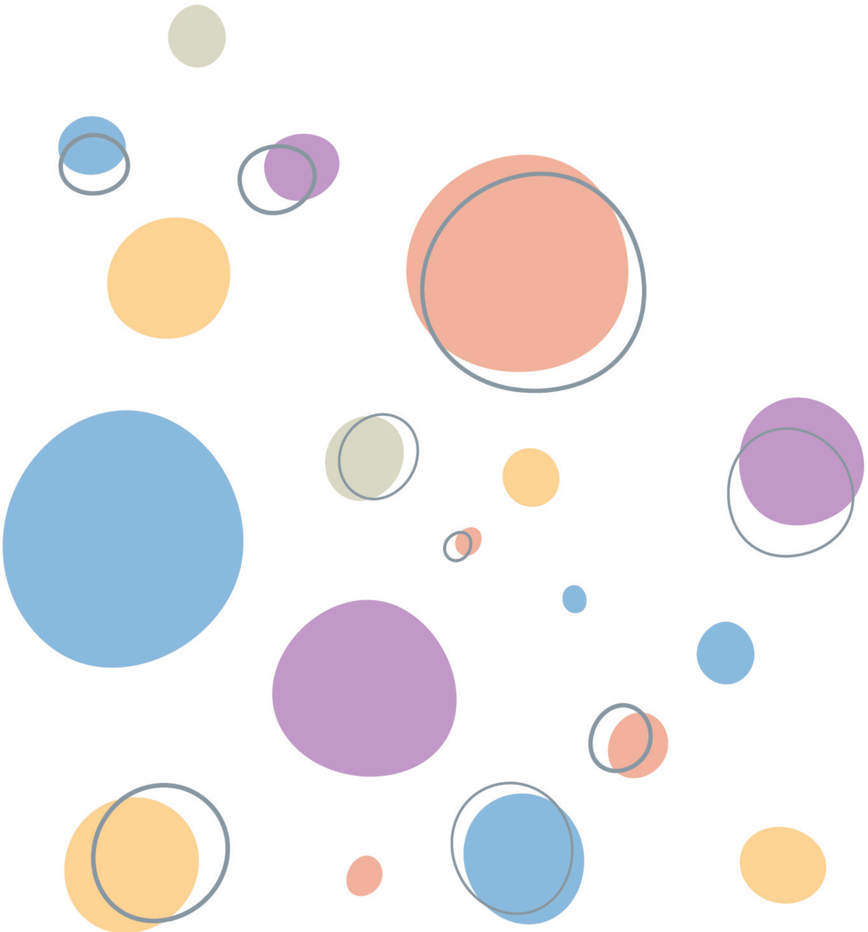
03

ACTIVIDADES NUMÉRICAS EN EL HOGAR Y DESEMPEÑO MATEMÁTICO EN NIÑOS PREESCOLARES

DINORAH DE LEÓN, IRINA SÁNCHEZ, VICTOR KOLESZAR, IGNACIO CERVIERI & ALEJANDRO MAICHE

Artículo empírico
Revista Argentina de Ciencias del Comportamiento

Índice



Actividades numéricas en el hogar y desempeño matemático en niños preescolares

Varios estudios han comprobado que la calidad del ambiente del hogar tiene efectos en el desempeño de niñas y niños. Por ejemplo, se ha reportado que los niños que más se involucran en actividades lúdicas con contenido numérico suelen tener mejor rendimiento en el área de la matemática. En este estudio participaron 37 díadas madre-hijo que asistían a un centro educativo de educación preescolar. Se recogieron datos sobre la frecuencia de realización de actividades numéricas en el hogar, nivel socioeconómico y expectativas y actitudes de los padres hacia la matemática.

Se evaluaron las habilidades matemáticas de los/as niños/as y la capacidad de estimación no simbólica. Los resultados muestran una correlación positiva significativa entre la frecuencia de realización de actividades numéricas en el hogar y el desempeño matemático de los niños. Se discuten posibles influencias del nivel socioeconómico y de la capacidad de estimación de los niños.

Palabras clave: actividades numéricas en el hogar, desempeño en matemática, nivel socioeconómico, sistema numérico aproximado.

Numeracy activities at home and mathematical performance in preschoolers

Several studies have shown that the quality of the home environment has effects on children's performance. It has been reported that children who are more involved in numneracy activities tend to perform better in mathematics. Thirty-seven mother-child dyads who attended a preschool educational center participated in this study. Data of the frequency of carrying out numerical activities at home were collected as well as socioeconomic status of the family, and parents' expectations and attitudes towards mathematics.

Children's mathematical abilities and non-symbolic estimation ability were evaluated. The results show a significant positive correlation between the frequency of carrying out numeracy activities at home and the children's mathematical performance. Possible influences of socioeconomic status and children's ability to estimate are discussed.

Keywords: numerical activities at home, performance in mathematics, socioeconomic level, approximate number system.

Es bien conocida la influencia del ambiente en el aprendizaje de los niños. Algunos estudios se han centrado en los efectos producidos por el nivel socioeconómico (NSE), las expectativas de los padres e incluso la práctica de actividades informales como juegos y otras experiencias compartidas con estos (Hackman & Farah, 2009; LeFevre et al., 2009). Para el caso del aprendizaje específico de la matemática, se ha mostrado que la exposición a actividades informales que involucran números contribuye a la adquisición de nociones matemáticas tempranas (Skwarchuk, Sowinski, & LeFevre, 2014). Por ejemplo, se encontró que las habilidades matemáticas en niños de cinco años están correlacionadas con las actividades numéricas del hogar, como contar dinero, aprender sumas simples, usar calculadora, cocinar, jugar a comprar cosas o jugar con dados y dominó (Le Fevre, Polyzoi, Skwarchuk, Fast, & Sowinski, 2010; LeFevre et al., 2009). Estos autores concluyen que las experiencias informales con números en contextos motivantes pueden ser factores determinantes para el aprendizaje de la matemática en años posteriores. A partir de estos hallazgos se ha conceptualizado un modelo denominado Home Numeracy Model (Skwarchuk et al., 2014) para explicar la relación entre el ambiente del hogar y las habilidades numéricas de los niños, que tiene en cuenta las relaciones entre las características de los padres, las actividades numéricas en el hogar y el desempeño matemático de los niños. Sin embargo, algunas investigaciones han encontrado resultados opuestos, en donde padres que muestran más involucramiento tienen hijos con desempeños descendidos (Missall, Hojnoski, Caskie & Repasky, 2015). En el caso de niños provenientes de NSE bajos, el desarrollo cognitivo se ve afectado en aspectos como los procesos atencionales, el control inhibitorio, la memoria de trabajo, la flexibilidad y la planificación, entre otros (Filippetti, 2012; Mackey, Hill, Stone, & Bunge, 2011; Noble, Norman, & Farah, 2005; Stevens, Lauinger, & Neville, 2009). Estas habilidades son fundamentales para el éxito escolar y aparecen en la literatura como fuertes predictores del rendimiento académico general (Diamond, Barnett, Thomas, & Munro, 2007). Según Filippetti (2012), los niños de NSE bajo obtienen puntuaciones más bajas que los de NSE alto en tareas relacionadas con la inteligencia y el rendimiento académico general. Este tipo de resultado se observa desde antes del comienzo de la educación formal (Siegler & Ramani, 2008) y puede tener consecuencias en los años posteriores (Jordan & Levine, 2009).

Para el caso específico de la matemática, Jordan, Huttenlocher y Levine (1992) encontraron que el NSE está relacionado con el desempeño matemático, sobre todo en problemas de tipo verbal (problemas de hechos numéricos, conteo, etc.). Las actividades numéricas del hogar también parecen relacionarse con el NSE a través de la calidad del ambiente en la casa (DeFlorio & Beliakoff, 2015). Una posible explicación de las diferencias que se obtienen en el rendimiento matemático en relación al NSE es que los niños de NSE bajo no suelen estar expuestos a actividades o conversaciones que involucren números, mientras que este tipo de actividades son más comunes en NSE medios y altos, habilitando así una interacción en un ambiente que provee mejores condiciones para el desarrollo de habilidades como la matemática (Melhuish, 2010).

Bicer, Capraro, M. y Capraro (2013) estudiaron el efecto de las expectativas y la comunicación de los padres con sus hijos como variables mediadoras del nivel educativo, y el NSE de las familias para explicar el desempeño matemático de los niños. En dicho trabajo se muestra que las expectativas que los padres tienen con relación al rendimiento de sus hijos aparecen como un mediador del nivel educativo de los padres. Es decir que, padres con mayor nivel educativo tienden a tener mayores expectativas académicas para sus hijos. Sin embargo, no se comprobó que las expectativas de los padres también funcionen como un mediador del NSE. Una posible explicación, podría ser que aquellos padres con mayor nivel educativo tienden a considerar el aprendizaje de la matemática como más importante, logrando una mayor motivación para aprender en los niños/as. Asimismo, los valores de los padres como expectativas y la comunicación con sus hijos son variables que impactan en la realización de actividades numéricas (Chiu, 2018) Otros autores (Kleemans, Peeters, Segers, & Verhoeven, 2012; Klibanoff, Levine, Huttenlocher, Vasilyeva, & Hedges, 2006) estudiaron la cantidad de términos matemáticos que las maestras transmitían a los niños durante un año y encontraron que el input de estos ayuda a la adquisición de nociones de cardinalidad y cálculo en preescolares. En este tipo de estudios también se ha analizando las conversaciones entre madres e hijos a través de la codificación de la cantidad de lenguaje matemático que utilizan las madres. Mediante esta técnica, Susperreguy y Davis-Kean (2016) encontraron que la cantidad de lenguaje matemático que utilizan las madres con sus hijos/as es una variable importante para predecir el desempeño matemático de los niños, ya que aparece correlacionada positivamente con las habilidades matemáticas de los niños, incluso cuando se controla por el nivel educativo de la madre. En este sentido, se vio que, si bien las actividades formales son las que implican un input de contenido matemático más fuerte, los padres prefieren introducir conocimiento matemático a través de juegos que no necesariamente se basan en la utilización de una instrucción directa sobre contenido numérico (Eason & Ramani, 2018). Por otro lado, así como existen diferentes factores sociales que contribuyen en la adquisición de las capacidades matemáticas en los niños, también existen sistemas cognitivos de conocimiento con los que las personas venimos al mundo que parecen estar en la base de la adquisición de las capacidades matemáticas (Kinzler & Spelke, 2007; Spelke & Kinzler, 2007). Uno de estos sistemas nucleares, el Sistema Numérico Aproximado (ANS, por su sigla en inglés) es considerado por muchos autores como parte fundamental de las bases cognitivas necesarias para la matemática simbólica (Dehaene, 1992; Halberda, Mazzocco, & Feigenson, 2008).

Estos autores proponen que el conocimiento más básico e intuitivo de la matemática se apoya en el ANS, que es un sistema que compartimos con otras especies (Dehaene, 2011). El ANS representa nuestra capacidad para estimar cantidades de manera imprecisa, mediante magnitudes mentales que no requieren la posibilidad de contar o la utilización de símbolos; es decir que podemos utilizar el ANS para una serie de decisiones relacionadas con la cantidad, incluso desde antes de adquirir nociones simbólicas. La precisión de este sistema numérico aproximado va aumentando gradualmente desde la infancia a la adultez joven, para luego volver a decaer a partir de los 30 años aproximadamente (Halberda, Ly, Wilmer, Naiman, & Germine, 2012; Libertus, Feigenson, & Halberda, 2013). Las investigaciones muestran que incluso a los seis meses, los niños pueden discriminar entre dos conjuntos que contienen 8 y 16 puntos presentados en una pantalla (es decir, discriminan una diferencia del 100%) pero no pueden discriminar entre 8 y 12 puntos hasta los nueve meses (Lipton & Spelke, 2003; Starr, Libertus, & Brannon, 2013; Xu & Spelke, 2000).

Varios autores han propuesto que la precisión en el ANS, representada por su fracción de Weber (w) es un buen predictor del desempeño en matemática formal (Bonny & Lourenco, 2013; Halberda et al., 2008). Libertus, Feigenson, y Halberda, (2011), reportaron una correlación entre la precisión del ANS y el   desempeño en las habilidades matemáticas en niños de tres a cinco años, incluso cuando se controla por edad y vocabulario.

Las habilidades informales en matemática refieren típicamente a numeración y conteo, comparación de cantidades o cálculos simples utilizando material concreto como, por ejemplo, los dedos de la mano (Ginsburg & Baroody, 2003; Jordan, Kaplan, Ramineni, & Locuniak, 2009). Para explicar la naturaleza de esta relación, los autores sugieren que los niños con puntuaciones más altas en matemática informal se basan en una red más amplia de conocimientos y habilidades que los niños con puntuaciones más bajas, incluyendo (pero no limitado) al ANS (Bonny & Lourenco, 2013). Por otro lado, Fuhs y McNeil (2013) sugieren que la relación entre el ANS y el desempeño matemático puede no ser lineal y que, según la evidencia, podría ser una relación con forma de “U” invertida, de manera que los niños, a medida que mejoran su capacidad para comparar cantidades utilizando el ANS, adquieren mayor manejo del conocimiento matemático más abstracto y, por tanto, utilizan cada vez menos el sistema aproximado. Bonny y Lourenco (2013) proponen que estas diferencias en la relación entre el ANS y el desempeño en matemática podrían deberse a las distintas trayectorias específicas de aprendizaje y experiencias ambientales.

En este sentido, podemos considerar que la participación en tareas cotidianas que involucren números o cálculos sencillos permitiría a los niños acoplar su ANS con los conocimientos simbólicos propios de la matemática formal, facilitando así la necesaria transición de un sistema presimbólico y aproximado a un sistema de símbolos exacto, que es condición para la adquisición y buen desempeño de la matemática formal. Por lo tanto, podemos asumir que el contexto familiar y específicamente las actividades cotidianas relacionadas con lo numérico que los niños realizan desde la primera infancia, pueden ser un factor importante para el desempeño matemático.

En este trabajo nos proponemos explorar la relación entre la frecuencia de las actividades numéricas que los padres reportan que realizan sus hijos/as en el hogar y el desempeño matemático de los niños. Al mismo tiempo, estudiaremos si el NSE de las familias o las actitudes y expectativas de los padres respecto al desempeño matemático de sus hijos se relacionan también con el desempeño matemático de los niños/as.

En definitiva, este trabajo utiliza un diseño cuantitativo que pretende aportar nueva información sobre aquellos factores que se relacionan con el desempeño matemático. A su vez apunta a identificar si la realización de actividades numéricas cotidianas que realizan los niños/as uruguayos/as se relacionan con el desempeño matemático.

Metodología

Participantes

Participaron de este estudio 37 niños (19 niñas, 18 niños) de entre 66 y 82 meses que concurrían a un jardín público de Montevideo perteneciente al quintil 3 urbano. Los participantes representaban el 74% del total de niños de las dos clases de nivel 5. El resto de los niños no participaron del estudio dado que sus padres no contestaron a la convocatoria, lo que determinó que no firmaran el consentimiento informado necesario.

Medidas y procedimiento

La recolección de los datos tuvo lugar durante los meses de octubre y noviembre de 2015. La valoración del desempeño matemático y de la precisión del ANS se hizo de manera individual para cada uno de los niños/as en una única sesión que duró aproximadamente 40 minutos.

El protocolo comenzó con una entrevista individual con al menos uno de los padres de cada niño, que consistió en la explicación del proyecto y la aplicación de un cuestionario. El proyecto contó con el aval del Comité de Ética de la Facultad de Psicología, además de la autorización del Consejo de Educación Inicial y Primaria (CEIP) y de la dirección de la institución educativa en la que se aplicaron las evaluaciones.

Además, se entregó una hoja de información del proyecto y un consentimiento informado dirigido a las maestras participantes.

Luego, se procedió a realizar las pruebas de evaluación a cada niño, en un ambiente especialmente adecuado para estas.

Medidas en los padres

En una entrevista de aproximadamente 15 minutos se presentó un cuestionario para padres, específicamente diseñado para esta investigación. Dicho cuestionario contenía cuatro secciones que exploraron la frecuencia con que los niños realizaban actividades de números en sus casas, las expectativas de los padres con respecto al conocimiento matemático de sus hijos, las actitudes hacia la matemática de los padres y el NSE del núcleo familiar. Los ítems elegidos para medir las actividades en el hogar fueron adaptados de la investigación de LeFevre et al., (2009). Las actividades de números se midieron a través de 20 ítems con una escala de tipo Likert de tres opciones (0 = nunca, 1 = poco frecuente, 2 = muy frecuente)

Las expectativas de los padres con respecto a sus hijos se midieron con una escala de tres opciones (0 = nada importante, 1 = poco importante, 2 = muy importante) y las actitudes de la madre/padre hacia la matemática se midieron con una escala de dos opciones (0 = no, 1 = sí). Estos ítems se basan en la investigación de LeFevre et al., (2009). La fiabilidad de las escalas de los cuestionarios se evaluó mediante el coeficiente Alfa de Cronbach, obteniéndose en todos los casos valores mayores a 69, excepto para el cuestionario de actitudes del cuidador (Cronbach = .46), por lo que esos datos no se analizan en el presente artículo.

Indicadores

A partir de los cuestionarios aplicados a los padres se obtuvieron las siguientes medidas: índice de actividades numéricas (IAN), expectativas de los padres hacia el conocimiento matemático de sus hijos, actitudes de los padres hacia la matemática y NSE de la familia. Dichos índices se calcularon como el cociente entre la suma de las respuestas dadas por el padre o madre y el puntaje máximo que admite la escala (expresado como un porcentaje) y se utilizaron para los análisis de correlación entre las diferentes variables que recoge el estudio.

El NSE se midió mediante una encuesta diseñada por la Cámara de Empresas de Investigación Social y de Mercado del Uruguay (CEISMU, Llambí & Piñeyro, 2012). El objetivo de esta encuesta fue clasificar a los hogares de acuerdo con su capacidad de consumo o gasto. Las variables que se incluyeron fueron el barrio en donde reside la familia, las características de esta, como es la cantidad de personas con ingresos, la cantidad de niños, la presencia de estudiantes universitarios en el hogar, el nivel educativo del principal sostenedor del hogar, el tipo servicio de atención a la salud al que asisten y las características de la vivienda (techo, cantidad de habitaciones, electrodomésticos). Para cada respuesta a las preguntas que componen el cuestionario existe un valor determinado. La suma de todos los puntajes se convierte mediante una tabla a la valoración final, que puede ir del 0 al 6, siendo 0 los hogares más desfavorecidos.

Medidas en los niños

Se realizó una sesión de aproximadamente 30 minutos con cada niño en la cual se aplicaron dos pruebas diferentes: Test of Early Mathematics Ability (TEMA-3) y Panamath.

El TEMA-3 (Ginsburg & Baroody, 2003) es una prueba estandarizada que permite evaluar el desarrollo de las habilidades matemáticas tempranas. Para poder utilizarlo en nuestra muestra utilizamos la adaptación y baremos españoles. Esta prueba se puede aplicar en niños de entre tres y ocho años y once meses, y se compone de 72 ítems que evalúan aspectos formales e informales. Los que evalúan el aspecto informal se componen de tareas de numeración (conteo y cardinalización), comparación (simbólica y no simbólica), cálculo informal (problemas de cálculo con material concreto) y conceptos numéricos informales (principio de cardinalidad, conservación numérica). Por otro lado, el aspecto formal evalúa convencionalismos (lectura y escritura de números arábigos), hechos numéricos (recuperación de sumas y restas fáciles memorizadas), cálculo (problemas de cálculo de forma escrita y mental) y conceptos numéricos (e.g. entendimiento de decenas y centenas). Se obtiene a partir de esta medida un índice de competencia matemática que tiene en cuenta la edad del niño, un puntaje en matemática formal y otro en matemática informal. Los puntajes formal e informal fueron calculados a partir de la cantidad de ítems que el niño respondió correctamente sobre la cantidad total de ítems destinados a medir este componente (distinción propuesta en el manual del aplicador de TEMA-3).

La precisión del Sistema Numérico Aproximado de los niños se midió mediante la tarea Panamath (Halberda & Ly, 2015), que implica una comparación de cantidades no simbólicas aplicada de manera individual sobre tablet. En dicha aplicación aparecen en la pantalla dos recuadros con diferente cantidad de puntos durante dos segundos y el niño debe seleccionar cuál de los recuadros tiene más puntos. En esta versión, la tarea culminaba al pasar tres minutos desde el registro del primer ensayo o, en caso de que el sujeto fuera muy veloz, al completar 60 ensayos. La razón y las características de los puntos se tomaron de investigaciones previas de nuestro grupo con niños de la misma franja etaria (Odic et al., 2016).

Utilizamos el porcentaje de aciertos de todos los ensayos realizados por cada niño como indicador de la precisión de su ANS, considerando que todos los niños de la muestra realizaron ensayos suficientes para cada ratio propuesto (1.17 - 1.25 - 1.5 - 2.0 - 3.0).

Análisis de datos

Para comprobar la normalidad de la variable dependiente (desempeño matemático) se realizó el test de Shapiro Wilk obteniéndose un valor $p < .05$.

Luego se procedió a realizar un análisis de correlación de Pearson para comprobar la asociación entre las variables de interés. Para los análisis se utilizó el paquete estadístico SPSS en su versión 25.

Resultados

Tabla 1.
Características sociodemográficas de la muestra

	Edad madre	Edad niño/a	NSE
Media	34 (7.2)	6.0 (3.5)	2.94 (1.1)
Mín	21	5.5	0
Máx	53	6.8	5

Notas: NSE = nivel socioeconómico

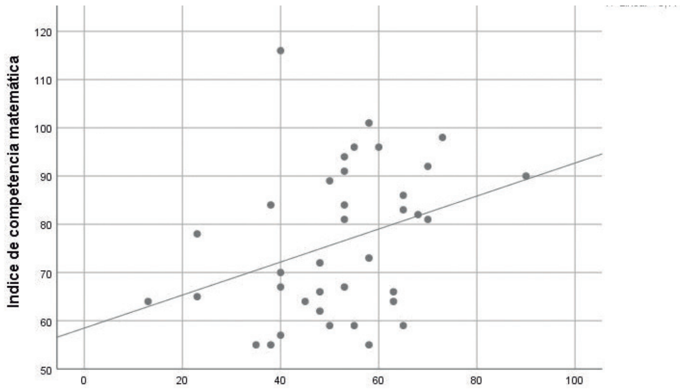


Figura 1.

En la Tabla 1 se puede ver la información de las variables sociodemográficas recogidas en las entrevistas a los padres.

Como se puede observar en la tabla el NSE medio de las familias que participaron es de 2.94, este valor es acorde a lo esperado considerando que el jardín de infantes al que las familias envían a sus hijos pertenece al quintil 3 (se le recuerda al lector que un NSE de 1 equivale a aquellas familias en situación de pobreza extrema, mientras que un nivel 5 refiere a las familias en una posición económica muy favorable).

En la Figura 1 se muestra una correlación positiva significativa entre el índice de competencia matemática (ICM) obtenido de la aplicación del TEMA 3 y el índice de actividades numéricas (IAN, $r = .333$; $p = .044$). Ver Fig. 1

Dentro de las actividades numéricas preguntadas a los padres en el cuestionario, las reportadas con mayor frecuencia de realización fueron contar objetos (78.4%), jugar con puzles (64.9%) e identificar números (62.2%). Las menos reportadas fueron realizar actividades por tiempo (ser cronometrado) (5.4%) y jugar con calculadoras (5.5%).

En la Tabla 2 se pueden observar las correlaciones entre las variables demográficas y cognitivas. Como puede verse, las expectativas y las actitudes de los padres hacia la matemática y el NSE no mostraron correlaciones significativas con el ICM de los niños.

Tabla 2.
Correlaciones entre las variables

	1	2	3	4
1. Edad				
2. NSE	.43			
3. IAN	.22	0.17		
4. ANS	-.01	-.07	.46*	
5. ICM	-.02	.07	.33*	.38*

Finalmente, se encontró una correlación significativa entre el ICM medido por Tema 3 y la precisión del SNA medido por la tarea Panamath (r = .38 p = .019).

Notas: *p < .05. IAN = índice de actividades numéricas, NSE = nivel socioeconómico familiar, ANS = porcentajes de acierto en la tarea Panamath, ICM = Índice de competencia matemática

Discusión

En la presente investigación encontramos una relación positiva significativa de moderada a baja entre el desempeño de los niños en matemática y las actividades con números que realizan en sus hogares.

Nuestros resultados van en la misma línea de lo reportado por Fuhs y McNeil (2013), LeFevre et al., (2009), LeFevre et al., (2010), Mutaf Yıldız, Sasanguie, De Smedt, y Reynvoet (2018), Napoli y Purpura (2018), Susperreguy, Douglas, Xu, Molina-Rojas y LeFevre (2018). Sin embargo, este es el primer estudio reportado en Uruguay que muestra una asociación entre la frecuencia de realización de actividades numéricas en el hogar y el desempeño matemático en edad preescolar. Este resultado permite sugerir que los niños que realizan mayor cantidad de actividades que implican la exposición a contenido numérico (juegos, libros, etc.) en sus hogares, tendrán desempeños más altos en matemática. Otros autores (LeFevre et al., 2009; 2010) también reportan esta misma correlación en familias de distintos países, como por ejemplo Canadá y Grecia, lo que parece indicar que esta relación es independiente de factores culturales.

Con respecto al nivel socioeconómico, no encontramos una relación entre este y el desempeño matemático. Si bien esta correlación ha sido ampliamente reportada en la literatura, nuestra muestra no presenta variabilidad en cuanto al NSE, dado que la investigación fue realizada en una sola escuela de quintil socioeconómico intermedio, lo que permite suponer que las diferencias de NSE no fueron suficientemente importantes en esta muestra.

En lo referente a los resultados sobre expectativas y actitudes de los padres, tampoco encontramos una correlación significativa como esperábamos, aunque sí aparecen en la literatura correlacionadas con el desempeño matemático de los niños (LeFevre et al., 2010; Zippert & Rittle-Johnson, 2020).

Por otro lado, reportamos una correlación positiva entre la precisión del ANS y el desempeño matemático, tal como vienen mostrando diferentes autores (Libertus et al., 2011; 2013a). Específicamente sobre esta relación, algunos estudios muestran que el desempeño en ANS predice el desempeño matemático informal pero no el formal (Libertus, Feigenson, & Halberda, 2013b). Sin embargo, otros estudios muestran que la cantidad de información numérica aprendida en el hogar es un predictor del desempeño matemático. Observando esta relación más en detalle, se vio que las actividades numéricas se correlacionan con habilidades matemáticas básicas como el conteo, pero no se observó la misma asociación entre las actividades numéricas y el desempeño en representaciones numéricas aproximadas (Benavides-Varela et al., 2016). Teniendo en cuenta que las experiencias matemáticas ocurren desde edades muy tempranas, resulta difícil estudiar la relación entre el ANS y las habilidades matemáticas de forma independiente de la influencia de la realización de actividades numéricas en el hogar (Fuhs & McNeil, 2013).

A pesar de que no se identificaron específicamente cuales son las actividades con más impacto en la adquisición de nociones matemáticas tempranas, este trabajo muestra que existe una relación entre las actividades numéricas en el hogar y el desempeño matemático de los niños uruguayos antes de empezar la escuela primaria. En este sentido, la presente investigación permite un acercamiento exploratorio a la medición de los efectos del involucramiento de los padres en las actividades numéricas y, por tanto, en la educación matemática de sus hijos. Este tipo de resultados muestra la importancia de incluir activamente a las familias en la formación temprana de los niños en matemática. La gran mayoría de los padres realizan diversas actividades de manera conjunta con sus hijos pequeños y la mayoría de ellas contienen potencialmente información numérica que desaprovechamos. La explicitación del contenido numérico del mundo en forma de conteo de cosas o la posibilidad de establecer relaciones de correspondencia en diferentes actividades cotidianas (por ejemplo, al poner la mesa) representan oportunidades de gran potencial educativo y los padres, con una buena orientación que bien podría dar la escuela, son perfectamente capaces de realizarlas.

En este sentido, consideramos que los resultados de esta investigación deben ser tenidos en cuenta al momento de plantear estrategias para estimular el desempeño en los niños desde las casas a través del involucramiento de las familias y resaltando la importancia del impacto de la realización de actividades numéricas para el desarrollo de habilidades cognitivas específicas como es el desempeño matemático (Susperreguy et al., 2018). Un posible abordaje que ha mostrado resultados significativos apunta a diseñar intervenciones en el ambiente numérico en el hogar (Niklas, Cohrssen, & Tayler, 2016) o directamente trabajando con los padres (Vandermaas-Peeler, Mischka, & Sands, 2017). Se requieren futuras investigaciones para identificar cuáles son las actividades que más inciden en el desempeño matemático de los niños.

Finalmente, los datos observados abren puertas a futuros estudios que nos permitan comprender mejor la naturaleza de esta relación entre las actividades numéricas en el hogar y el desempeño matemático de los niños.

Referencias

• Benavides-Varela, S., Butterworth, B., Burgio, F., Arcara, G., Lucangeli, D., & Semenza, C. (2016). Numerical activities and information learned at home link to the exact numeracy skills in 5–6 years-old children. Frontiers in psychology, 7, 94. doi: 10.3389/fpsyg.2016.00094

• Bicer, A., Capraro, M. M., & Capraro, R. (2013). The Effects of Parent's SES and Education Level on Students' Mathematics Achievement: Examining the Mediation Effects of Parental Expectations and Parental Communication. The Online Journal of New Horizons in Education, 3(4), 89–97.

• Bonny, J. W., & Lourenco, S. F. (2013). The approximate number system and its relation to early math achievement: Evidence from the preschool years. Journal of Experimental Child Psychology, 114(3), 375-388. doi: 10.1016/j.jecp.2012.08.015 Chiu, M. S. (2018). Effects of early numeracy activities on mathematics achievement and affect: Parental value and child gender conditions and socioeconomic status mediation. EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14, 12. doi: 10.29333/ejmste/97191

• DeFlorio, L., & Beliakoff, A. (2015). Socioeconomic status and preschoolers' mathematical knowledge: The contribution of home activities and parent beliefs. Early Education and Development, 26(3), 319-341. doi: 10.1080/10409289.2015.968239

• Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. Cognition, 44(1-2), 1-42. doi: 10.1016/0010-0277(92)90049-N

• Dehaene, S. (2011). The Number Sense: How the mind creates Mathematics. Oxford University Press.

• Diamond, A., Barnett, W. S., Thomas, J., & Munro, S. (2007). Preschool program improves cognitive control. Science, 318(5855), 1387-1388. doi: 10.1126/science.1151148

• Eason, S. H., & Ramani, G. B. (2018). Parent–Child Math Talk About Fractions During Formal Learning and Guided Play Activities. Child Development, 91(2), 546-562. doi: 10.1111/cdev.13199

• Filippetti, V. A. (2012). Socioeconomic Status and Cognitive Skills in School-Age Children: Predicting and Mediating Variables. Psykhe, 21(1), 3-20. doi: 10.4067/S0718-22282012000100001

• Fuhs, M. W., & McNeil, N. M. (2013). ANS acuity and mathematics ability in preschoolers from low-income homes: contributions of inhibitory control. Developmental Science, 16(1), 136-148. doi: 10.1111/desc.12013

• Ginsburg, H., & Baroody, A. J. (2003). TEMA-3: Test of early mathematics ability. Pro-ed.

• Hackman, D. A., & Farah, M. J. (2009). Socioeconomic status and the developing brain. Trends In Cognitive Sciences, 13(2), 65-73. doi: 10.1016/j.tics.2008.11.003

• Halberda, J. P. (2015). U.S. Patent Application No. 14/467,261.

• Halberda, J., Ly, R., Wilmer, J. B., Naiman, D. Q., & Germine, L. (2012). Number sense across the lifespan as revealed by a massive Internet-based sample. Proceedings of the National Academy of Sciences, 109(28), 11116-11120. doi: 10.1073/ pnas.1200196109

• Halberda, J., Mazzocco, M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. Nature, 455(7213), 665-668. doi: 10.1038/nature07246

• Jordan, N. C., Huttenlocher, J., & Levine, S. C. (1992). Differential calculation abilities in young children from middle-and low-income families. Developmental Psychology, 28(4), 644-653. doi: 10.1037/0012-1649.28.4.644

• Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: kindergarten number competence and later mathematics outcomes. Developmental psychology, 45(3), 850.

• Jordan, N. C., & Levine, S. C. (2009). Socioeconomic variation, number competence, and mathematics learning difficulties in young children. Developmental Disabilities Research Reviews, 15(1), 60-68. doi: 10.1002/ddrr.46

• Kinzler, K. D., & Spelke, E. S. (2007). Core systems in human cognition. Progress In Brain Research, 164, 257-264. doi: 10.1016/S0079-6123(07)64014-X

• Kleemans, T., Peeters, M., Segers, E., & Verhoeven, L. (2012). Child and home predictors of early numeracy skills in kindergarten. Early Childhood Research Quarterly, 27(3), 471-477. doi: 10.1016/j.ecresq.2011.12.004

• Klibanoff, R. S., Levine, S. C., Huttenlocher, J., Vasilyeva, M., & Hedges, L. V. (2006). Preschool children's mathematical knowledge: The effect of teacher "math talk.". Developmental Psychology, 42(1), 59-69. doi: 10.1037/0012-1649.42.1.59

• LeFevre, J. A., Polyzoi, E., Skwarchuk, S. L., Fast, L., & Sowinski, C. (2010). Do home numeracy and literacy practices of Greek and Canadian parents predict the numeracy skills of kindergarten children? International Journal of Early Years Education, 18(1), 55-70. doi: 10.1080/09669761003693926

• LeFevre, J. A., Skwarchuk, S. L., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Kamawar, D., & Bisanz, J. (2009). Home numeracy experiences and children's math performance in the early school years. Canadian Journal of Behavioural Science/ Revue canadienne des sciences du comportement, 41(2), 55-66. doi: 10.1037/a0014532

• Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschool acuity of the approximate number system correlates with school math ability. Developmental science, 14(6), 1292-1300. doi: 10.1111/j.1467-7687-2011.01080.x

- Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2013a). Is approximate number precision a stable predictor of math ability? Learning and individual differences, 25, 126-133. doi: 10.1016/j.lindif.2013.02.001

- Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2013b). Numerical approximation abilities correlate with and predict informal but not formal mathematics abilities. Journal of Experimental Child Psychology, 116(4), 829-838. doi: 10.1016/j. jecp.2013.08.003

- Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2003). Origins of number sense large-number discrimination in human infants. Psychological Science, 14(5), 396-401. doi: 10.1111/1467-9280.01453.

- Llambí, C., & Piñeyro, L. (2012). Índice de Nivel Socioeconómico INSE, Revisión anual 2012. Centro de Investigaciones Económicas (CINVE), Uruguay. https://www.cinve.org.uy/wp-content/uploads/2012/12/Rev_INSE_nov2012_.pdf

- Mackey, A. P., Hill, S. S., Stone, S. I., & Bunge, S. A. (2011). Differential effects of reasoning and speed training in children. Developmental science, 14(3), 582-590. doi: 10.1111/j.1467-7687.2010.01005.x

- Melhuish, E. C. (2010) Why children, parents and home learning are important. En K. Sylva, E. C. Melhuish, P. Sammons, I. Siraj-Blatchford, & B. Taggart (Eds.), Early Childhood Matters: Evidence from the Effective Pre-school and Primary Education Project (pp. 44-69). Abingdon, UK: Routledge.

- Missall, K., Hojnoski, R. L., Caskie, G. I., & Repasky, P. (2015). Home numeracy environments of preschoolers: Examining relations among mathematical activities, parent mathematical beliefs, and early mathematical skills. Early Education and Development, 26(3), 356-376. doi: 10.1080/10409289.2015.968243

- Mutaf Yıldız, B., Sasanguie, D., De Smedt, B., & Reynvoet, B. (2018). Frequency of home numeracy activities is differentially related to basic number processing and calculation skills in kindergartners. Frontiers in Psychology, 9, 340. doi: 10.3389/fpsyg.2018.00340

- Napoli, A. R., & Purpura, D. J. (2018). The home literacy and numeracy environment in preschool: Cross-domain relations of parent–child practices and child outcomes. Journal Of Experimental Child Psychology, 166, 581-603. doi: 10.1016/j. jecp.2017.10.002

- Niklas, F., Cohrssen, C., & Tayler, C. (2016). Improving preschoolers' numerical abilities by enhancing the home numeracy environment. Early Education and Development, 27(3), 372-383. doi: 10.1080/10409289.2015.1076676

- Noble, K. G., Norman, M. F., & Farah, M. J. (2005). Neurocognitive correlates of socioeconomic status in kindergarten children. Developmental science, 8(1), 74-87. doi: 10.1111/j.1467-7687.2005.00394.x

- Odic, D., Lisboa, J. V., Eisinger, R., Olivera, M. G., Maiche, A., & Halberda, J. (2016). Approximate number and approximate time discrimination each correlate with school math abilities in young children. Acta Psychologica, 163, 17-26. doi: 10.1016/j.actpsy.2015.10.010

- Siegler, R. S., & Ramani, G. B. (2008). Playing linear numerical board games promotes low-income children's numerical development. Developmental science, 11(5), 655-661. doi: 10.1111/j.1467-7687.2008.00714.x

- Skwarchuk, S. L., Sowinski, C., & LeFevre, J. A. (2014). Formal and informal home learning activities in relation to children's early numeracy and literacy skills: The development of a home numeracy model. Journal of experimental child psychology, 121, 63-84. doi: 10.1016/j.jecp.2013.11.006

- Spelke, E. S., & Kinzler, K. D. (2007). Core knowledge. Developmental Science, 10(1), 89–96. doi: 10.1111/j.1467-7687.2007.00569.x

- Starr, A., Libertus, M. E., & Brannon, E. M. (2013). Number sense in infancy predicts mathematical abilities in childhood. Proceedings of the National Academy of Sciences, 110(45), 18116-18120. doi: 10.1073/pnas.1302751110

- Stevens, C., Lauinger, B., & Neville, H. (2009). Differences in the neural mechanisms of selective attention in children from different socioeconomic backgrounds: an event-related brain potential study. Developmental science, 12(4), 634-646. doi: 10.1111/j.1467-7687.2009.00807.x

- Susperreguy, M. I., & Davis-Kean, P. E. (2016). Maternal math talk in the home and math skills in preschool children. Early Education and Development, 27(6), 841-857. doi: 10.1080/10409289.2016.1148480

- Susperreguy, M. I., Douglas, H., Xu, C., Molina-Rojas, N., & LeFevre, J. A. (2018). Expanding the Home Numeracy Model to Chilean children: Relations among parental expectations, attitudes, activities, and children's mathematical outcomes. Early Childhood Research Quarterly, 50(3), 16-28. doi: 10.1016/j.ecresq.2018.06.010

- Vandermaas-Peeler, M., Mischka, M., & Sands, K. (2019). 'What do you notice?'Parent guidance of preschoolers' inquiry in activities at home. Early Child Development and Care, 189(2), 220-232.

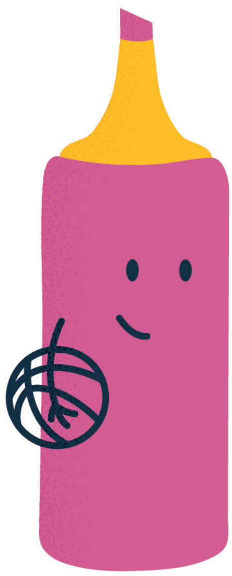
- Xu, F., & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. Cognition, 74(1), B1-B11. doi: 10.1016/S0010-0277(99)00066-9

- Zippert, E. L., & Rittle-Johnson, B. (2020). The home math environment: More than numeracy. Early Childhood Research Quarterly, 50(3), 4-15. doi: 10.1016/j.ecresq.2018.07.009

CAPÍTULO

04

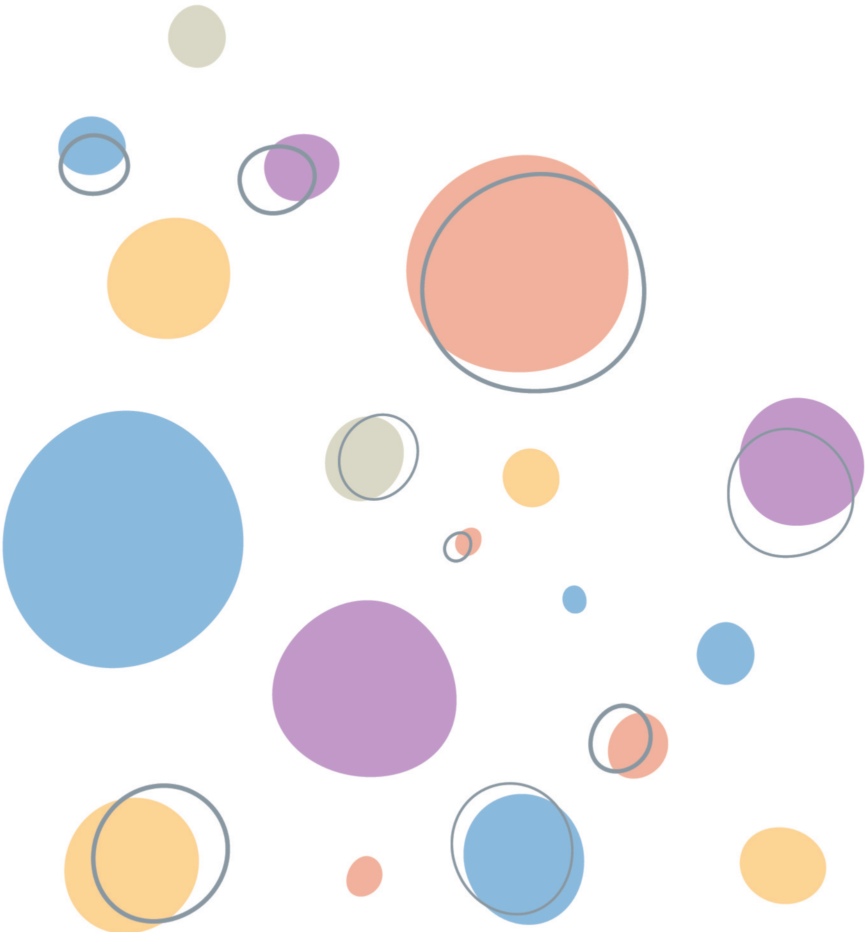
DEBATES TEÓRICOS CONTEMPORÁNEOS EN COGNICIÓN NUMÉRICA



NADIR DÍAZ-SIMÓN, IGNACIO CERVIERI, ALEJANDRO MAICHE

Artículo de revisión
Revista Argentina de Ciencias del Comportamiento

Índice



Resumen

El procesamiento y manipulación de símbolos numéricos resulta vital para el desempeño diario de los sujetos en la sociedad contemporánea. Es por ello que el desarrollo de competencias matemáticas es un objetivo central de los sistemas educativos a nivel mundial, especialmente en edades tempranas. A pesar del desarrollo en el campo de la cognición numérica, aún no existen respuestas claras sobre cuáles son las representaciones que subyacen a la capacidad de pensar y razonar sobre los números.

En el presente artículo se realiza una revisión bibliográfica de tipo narrativa, con fuentes de información primarias de trabajos fundacionales e investigaciones actuales sobre algunos puntos críticos que generan debate en cuanto a teorías, modelos y mecanismos de funcionamiento del Sistema Numérico Aproximado y las evidencias que sustentan cada una de las propuestas.

Palabras Claves: Cognición Numérica; SNA; Ley de Weber-Fechner; desempeño matemático.

Abstract

The processing and manipulation of numerical symbols are vital for the daily performance of subjects in contemporary society. For that reason, the development of mathematical competencies is one of the major aims of educational systems worldwide, especially at early stages. Despite the development in the field of numerical cognition, there are still no clear answers about what are the representations that underlie the ability to think and reason about numbers. This article presents a narrative bibliographic review on some critical points that generate debate regarding theories, models, and operating mechanisms of the Approximate Number System and the empirical evidence that supports those proposals.

Key words: Numerical Cognition; ANS; Weber-Fechner law; mathematical performance.

1. Introducción

La cognición numérica es la subdisciplina de las ciencias cognitivas que estudia las bases cognitivas, neurales y del desarrollo del procesamiento, asimilación y manipulación de la información relativa a las cantidades (Aremu & Taiwo, 2014; Sella, Hartwright & Cohen Kadosh, 2018) en sistemas biológicos y artificiales. El número de investigaciones sobre los mecanismos neurocognitivos que subyacen al procesamiento de estímulos con información de cantidad ha tenido un gran aumento en los últimos años (Cohen Kadosh, Lammertyn & Izard, 2008). De manera reciente, se ha comenzado a poner énfasis en los mecanismos básicos de procesamiento de las propiedades de cardinalidad de conjuntos de objetos o eventos (también llamada numerosidad) que, en sinergia con otros procesos cognitivos como el lenguaje (Purpura & Reid, 2016; Purpura & Simms, 2018) y la memoria de trabajo (LeFevre, DeStefano, Coleman & Shanahan, 2005; Xenidou-Dervou et al., 2018), sirven de base para el desarrollo de habilidades numéricas simbólicas (Halberda, Mazzocco, & Feigenson, 2008).

A pesar del carácter simbólico y abstracto de los conceptos matemáticos que los seres humanos pueden adquirir y desarrollar a través de experiencias educativas proporcionadas por los maestros y la familia, desde los primeros estadios del desarrollo los sujetos se ven influenciados por competencias básicas de cuantificación aproximada en la adquisición de habilidades matemáticas (Izard, Sann, Spelke, & Streri, 2009). Trabajos clásicos e investigaciones recientes en el campo de la cognición numérica nos han permitido establecer la existencia de una habilidad para percibir, manipular y comparar cantidades de elementos de manera no simbólica en bebés, adultos y animales no humanos (Hubbard et al., 2008). A partir de la obra fundacional de Stanislas Dehaene resulta usual hacer referencia a esta habilidad apelando a la idea de un sentido numérico (number sense) (Dehaene, 1997).

En este primer apartado se presentará el conjunto de evidencias que, a nuestro juicio, permite hablar de un sistema innato vinculado a las habilidades numéricas (sección 1.1.); desarrollaremos luego la propuesta teórica del Sistema Numérico Aproximado (SNA), una de las más influyentes en la actualidad (sección 1.2); y finalmente discutiremos una propuesta alternativa en la que el SNA es sustituido por un Sistema de Magnitudes Aproximado (sección1.3). Habiendo establecido las que consideramos como bases del accionar en el campo de la cognición numérica, y tomando como punto de partida la existencia del SNA, en la sección 2 nos ocuparemos de tres debates teóricos contemporáneos. Finalmente, en la sección 3 presentaremos brevemente algunas posibilidades de direccionamientos futuros en el ámbito de la cognición numérica. El objetivo principal de este artículo es realizar una revisión bibliográfica de tipo narrativa, con fuentes de información primaria, de trabajos fundacionales e investigaciones actuales. Nuestro foco se encuentra en los debates que, en esta materia, consideramos más relevantes en nuestro campo de actuación. A la vez que introducimos las posturas, presentamos argumentos que las sustentan, lo que en ocasiones nos llevará a mostrar cierta inclinación por alguna de las propuestas. Nuestra intención primordial es la de resumir y clarificar el estado de arte de un campo de investigación plenamente activo.

1.1 El sentido numérico

Evidencias convergentes desde la neuropsicología, la psicología del desarrollo, la psicofísica, la cognición comparada y la neurociencia apoyan la hipótesis de la existencia de un mecanismo innato que posibilita el procesamiento no simbólico de cantidades. Estas evidencias pueden agruparse en distintos niveles de análisis: filogenético, ontogenético, antropológico y neuroanatómico (Estévez, 2014).

Desde el nivel filogenético se aportan datos que permiten concluir que varias especies animales no humanas son capaces de detectar espontáneamente la cantidad aproximada de un conjunto y, aunque con imprecisiones, manipular representaciones numéricas para ejecutar operaciones de comparación, adición y sustracción de conjuntos (Cantlon & Brannon, 2005). El pez mosquito (Gambusia affinis), por ejemplo, colocado en un entorno nuevo, inexplorado y potencialmente peligroso, elige permanecer cerca del grupo que contiene el mayor número de miembros de su misma especie (Agrillo, Dadda, Serena & Bisazza, 2008), mientras que pollos domésticos de menos de cuatro días de nacidos, sin entrenamiento previo, pueden discriminar cantidades, eligiendo siempre los conjuntos con más elementos (Rugani, Fontanari, Simoni, Regolin, & Vallortigara, 2009). El análisis de la cognición numérica en animales no humanos incluye el estudio en insectos (Pahl, Si & Zhang, 2013), aves (Armstrong, Garland & Burns, 2012) y mamíferos, tales como perros (Lõoke, Marinelli, Eatherington, Agrillo & Mongillo, 2020), delfines (Yaman, Kilian, von Fersen & Güntürkün, 2012), leones (McComb, Packer, & Pusey, 1994) y macacos (Nieder, 2005). Sus resultados permiten concluir que animales no humanos poseen una forma de representar la numerosidad o cardinalidad que les posibilita la toma de decisiones en el entorno. Esta habilidad representa una ventaja a nivel evolutivo y garantiza su supervivencia (para una revisión en profundidad de estos estudios ver Agrillo & Beran, 2013). Como señalaba Dehaene en The Number Sense (El cerebro matemático, en su edición al español), resulta razonable tomar la evidencia filogenética como un primer aval para la hipótesis de que una capacidad similar se encuentra presente de manera innata en los seres humanos (Dehaene, 1997).

La evidencia ontogenética proviene de estudios de sujetos humanos en estadios preverbales del desarrollo. Se ha evaluado la discriminación de los bebés en sus primeros meses de vida usando diferentes tipos de paradigmas experimentales, como la habituación (Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004) o la detección de cambios (McCrink & Wynn, 2004). A esta edad, los sujetos cuentan con una habilidad que permite dsicriminar conjuntos de elementos basados en la numerosidad (Xu & Spelke, 2000). Los resultados muestran que los recién nacidos asocian espontáneamente arreglos visoespaciales estacionarios de objetos con secuencias auditivas de eventos con base en su numerosidad (Izard et al., 2009), y a los seis meses de edad son capaces de discriminar conjuntos con una proporción mayor o igual a 2 (e.g. 8 vs. 16 y 16 vs. 32) (Starr, Libertus, & Brannon, 2013). Más adelante se analizará la relevancia de la proporción numérica como moduladora de la dificultad de las tareas de evaluación del sistema de aproximación numérica (ver sección 1.2.1).

Desde un enfoque antropológico, se han realizado investigaciones en culturas que no poseen palabras en su lengua para representar ciertas cantidades. Grupos indígenas del Amazonas como las tribus Pirahã o Mundurukú, y la población Walpiris en Australia (Ifrah, 1985), han servido de modelos naturales para el estudio de la relación entre el lenguaje y la representación de la cantidad, lo que ha permitido desarrollar la teoría de que sujetos pertenecientes a dichas culturas son capaces de comparar y realizar manipulaciones como la adición en ausencia de palabras para denominar dichas cantidades (Gordon, 2004; Pica, Lemer, Izard, & Dehaene, 2004), permitiendo argumentar a favor de la existencia de un sentido numérico independiente del lenguaje.

Por último, desde la evidencia neuroanatómica, el desarrollo actual de los métodos de neuroimágenes ha permitido un análisis más complejo y profundo de las bases biológicas de los procesos psicológicos en general y de la cognición numérica en particular. Las diferentes técnicas de neuroimagen que permiten evaluar el funcionamiento in vivo de las estructuras biológicas, en conjunto con los estudios de lesiones del sistema nervioso central, han permitido identificar la presencia de circuitos cerebrales relacionados con el procesamiento numérico (Cohen Kadosh et al., 2008). Estudios de imágenes de resonancia magnética funcional (IRMf) han permitido detectar zonas específicas especializadas en el procesamiento de la información numérica en diferentes formatos. El modelo de Triple Código Cognitivo (Dehaene, 1992; Dehaene, Piazza, Pinel & Cohen, 2003) identifica: 1) regiones occipitotemporales inferiores bilaterales para la representación de los números en formato visual-arábigo; 2) áreas perisilvianas del hemisferio izquierdo para la representación de los números en formato auditivo-verbal y 3) áreas parietales inferiores bilaterales para la representación analógica de las cantidades (Dehaene et al., 2003). Asimismo, existen reportes de poblaciones neuronales selectivas a la información numérica en primates (Nieder, 2005), niños en estadios preverbales del desarrollo y humanos adultos (Cantlon, Brannon, Carter & Pelphrey, 2006), en el surco intraparietal (SIP) bilateral (Dehaene & Brannon, 2011). Tomadas en conjunto, estas evidencias sugieren el rol de la región del SIP en la representación de las propiedades numéricas de manera aproximada de los estímulos simbólicos y no simbólicos (Fias, Lammertyn, Caessens & Orban, 2007), así como el papel esencial de la corteza prefrontal en el establecimiento de asociaciones semánticas entre signos y categorías numéricas abstractas (Hubbard et al., 2008).

La postulación por parte de Dehaene de un sentido numérico implicó un punto de partida seminal en el área de la cognición numérica. Los distintos niveles de evidencia que acabamos de reportar apoyan la presencia de un mecanismo innato de representación de la numerosidad, presente en animales y seres humanos. A partir de aquí se abre, no obstante, un espacio para el debate: ¿cuáles son las características específicas de este mecanismo?

1.2 Sistema Numérico Aproximado

La teoría de los sistemas nucleares del conocimiento postula la existencia de un conjunto de mecanismos innatos, de propósito específico y disociados entre sí, encargados de la representación de tipos particulares de entidades y eventos ecológicamente relevantes para los sujetos (Kinzler & Spelke, 2007; Spelke, 2000; Spelke & Kinzley, 2007). Bajo esta concepción, Feigenson et al., (2004) proponen la coexistencia de dos sistemas nucleares que responden al procesamiento de las cantidades y sobre los cuales se podría desarrollar nuestro conocimiento matemático y aritmético. Uno de estos, el Sistema de Individualización Paralela o Sistema de Seguimiento de Objetos (OTS, del inglés Object Tracking System) (Le Corre & Carey, 2007), es considerado un mecanismo de dominio general para rastrear las características espacio-temporales de un número limitado de objetos que se asignan con un índice visual. Este sistema es responsable del fenómeno de subitización, que permite detectar el número de objetos en conjuntos pequeños de hasta cuatro elementos aproximadamente, con alta precisión y velocidad (Piazza, 2010). Por último, el Sistema Numérico Aproximado es el responsable de la representación aproximada y analógica de cantidades mayores a cuatro elementos. Sobre esta representación se construirían, con la ayuda del lenguaje, los conceptos numéricos y aritméticos (Halberda et al., 2008). Buena parte del trabajo teórico por el que en un principio se postuló el sentido numérico pasa, en este modelo, a la órbita del SNA, que en cierto sentido puede considerarse como una actualización mayoritariamente aceptada de la noción defendida por Dehaene (1997). Debido a su preponderancia, y antes de considerar modelos alternativos en los que se rechaza la idea de un SNA, en la siguiente sección veremos con algo más de detalle sus características.

1.2.1 Propiedades del SNA

Como ya hemos señalado, el SNA tiene la función de la representación aproximada de las cantidades superiores a cuatro elementos. Este tipo de representación, de carácter analógico y aproximado, resulta, en comparación con su contraparte simbólica, más rápida y menos precisa (DeWind, Adams, Platt & Brannon, 2015). Las representaciones numéricas producidas por el SNA, que pueden modelarse a partir de una curva de activación gaussiana, están orientadas de izquierda a derecha y organizadas metafóricamente en una "línea numérica mental" (LNM) (Göbel, Walsh & Rushworth, 2001) (para un desarrollo de esta noción véase la sección 2.1).

Al igual que otras representaciones con origen perceptivo, las generadas por el SNA responden a la ley de Weber-Fechner. De acuerdo con esta ley, dos conjuntos pueden ser discriminados solo si difieren en una proporción determinada del rasgo que se representa (e.g. brillo, intensidad, masa, longitud, etc.; Fechner, 1890). En el caso del procesamiento numérico, el rasgo es la cantidad, y la fracción de Weber (w) queda determinada por la proporción numérica necesaria para que dos cantidades logren ser diferenciadas (Halberda & Feigenson, 2008). El error en tareas de discriminación numérica ocurre cuando el número de elementos que están siendo comparados se solapa en la representación interna de la numerosidad (Figura 1). Como consecuencia de la propiedad anterior, la capacidad de discriminar conjuntos de elementos que difieren en la cantidad depende de la proporción entre estos conjuntos en lugar de su diferencia absoluta. Por ejemplo, comparar 8 elementos contra 16 (proporción de 2) presenta la misma dificultad que discriminar 20 contra 40 puntos y es más fácil que discriminar 32 contra 40 puntos (proporción de 1.25) (Piazza, Izard, Pinel, Le Bihan & Dehaene, 2004).

La aplicación de la ley Weber Fechner para el caso de las representaciones del SNA se ve reflejada en dos efectos conductuales típicos del procesamiento de numerosidades. Por un lado, el efecto de distancia numérica (ED), que refiere al hallazgo empírico de que la capacidad de discriminar entre dos numerosidades mejora a medida que aumenta la distancia numérica entre ellos [e.g. discriminar 1 de 9 (distancia numérica de 8) es más fácil que discriminar 8 de 9 (distancia numérica de 1)]. Se han reportado efectos de distancia en varias especies de animales (Gallistel & Gelman, 1992) y en humanos de todas las edades. En este último caso el efecto se ha podido apreciar tanto en tareas de comparación no-simbólica (Buckley & Gillman, 1974), como de comparación de símbolos arábigos (Dehaene, 1996).

El segundo de los efectos asociados a la ley Weber Fechner es el efecto de tamaño (ET). Este remite al hecho de que, para distancias numéricas iguales, la discriminación de dos números empeora a medida que aumenta su tamaño numérico (e.g. es más difícil decir qué número es mayor cuando se compara 8 y 9 que cuando comparamos 2 y 3) (Dehaene, Dehaene-Lambertz, & Cohen, 1998).

Otro de los efectos conductuales que caracterizan al SNA es de asociación espacio-numérica de códigos de respuesta (SNARC, del inglés spatial-numerical association of response codes). Este efecto apunta a un fenómeno de asociación de propiedades espaciales con propiedades relativas a la numerosidad (Cipora & Wood, 2017). Puede apreciarse apelando a un paradigma de elección forzada de dos alternativas. Allí es posible observar cómo las respuestas que involucran cantidades pequeñas (e.g. 2 o 3) son más rápidas con la mano izquierda y las respuestas que involucran grandes cantidades (e.g. 7 o 9) son más rápidas con la mano derecha (Dehaene, Bossini, & Giraux, 1993; Viarouge, Hubbard, & McCandliss, 2014). El efecto ha sido observado en animales no humanos (Rugani, Vallortigara, Priftis, & Regolin, 2015), y en el caso de los humanos en tareas que involucran tanto números arábigos (Nuerk, Moeller, Klein, Willmes & Fischer, 2011), como cantidades no simbólicas (Fischer, Riello, Giordano & Rusconi, 2013).

1.3 Alternativas teóricas al SNA

La postulación de un Sistema Numérico Aproximado se encuentra actualmente en un sitial de privilegio, ubicándose como la base teórica de la amplia mayoría de las investigaciones en el campo de la cognición numérica. Pero, como podría esperarse de un campo pujante (y relativamente reciente), es posible identificar en los trabajos contemporáneos alternativas a esta perspectiva teórica. La teoría del Sistema de Magnitudes Aproximadas (SMA) se diferencia de la teoría del SNA en la medida en que no propone un sistema específico para la representación de la información numérica generada por los estímulos del entorno, sino que postula, en cambio, un procesamiento holístico, tanto de las numerosidades como de las magnitudes continuas o “dimensiones no numéricas” de los estímulos (DNN) (e.g. área total ocupada por los elementos del conjunto, tamaño de los elementos individuales, densidad de los elementos, luminosidad, envolvente) (Leibovich, Katzin, Harel, & Henik, 2017).

La mayoría de los métodos experimentales con los que se estudia la representación de las cantidades requieren de tareas de comparación de dos conjuntos de elementos no simbólicos (Figura 2). Además de la dimensión numérica (cantidad de elementos), estos conjuntos inevitablemente poseen las ya mencionadas DNN (Figura 2A), que deben ser ignoradas por los participantes. La naturaleza propia de estos estímulos impone correlaciones naturales entre las magnitudes numéricas y las no numéricas, (Dehaene, Izard & Piazza, 2005). Por ejemplo, la cantidad de elementos de un estímulo generalmente correlaciona con el área total ocupada por esos puntos; a mayor cantidad de elementos, mayor área ocupada y viceversa. Esta característica vuelve particularmente difícil la tarea de aislar el efecto de las magnitudes numéricas propiamente dichas en las tareas destinadas a medir dicho efecto. Si bien siempre resulta posible construir estímulos en que cierta dimensión no numérica no correlacione con la numérica, lo que resulta imposible es construir un estímulo en el que la dimensión no numérica no correlaciona con ninguna de las DNN. Asociada a esta dificultad se encuentra, además, la presencia de un efecto que parece demostrar que las magnitudes no numéricas no solo no pueden aislarse del todo, sino que ellas intervienen de hecho en las tareas de estimación numérica.

Llamemos “estímulo congruente” (respecto a una dimensión no numérica X) al caso en el que la dimensión numérica y la DNN X se encuentran positivamente correlacionadas. Varios estudios parecen haber identificado la presencia de un efecto de congruencia (EC) relativo a algunas DNN. De acuerdo con este efecto, el rendimiento de los sujetos es mayor en las condiciones congruentes, es decir, cuando el conjunto con más elementos, a su vez, posee valores más grandes en las propiedades de la DNN comparado con las condiciones incongruentes (Figura 2B) (Gebuis & Reynvoet, 2012). Este efecto, según los autores, constituye una evidencia de que existe un procesamiento que integra tanto a las dimensiones numéricas como continuas en las tareas de comparación de magnitudes.

Por dichas limitaciones metodológicas, algunos autores han desarrollado la propuesta teórica alternativa mencionada al comienzo de esta sección. En contraposición a la concepción del SNA como un sentido innato específico para extraer las propiedades numéricas de los estímulos, se propone la existencia de un Sistema de Magnitudes Aproximado, un mecanismo cuantitativo que procesa de manera holística la numerosidad y las DNN. En este marco, el sentido propiamente numérico podría considerarse, desde el punto de vista ontogenético como un desarrollo posterior basado en la gradual comprensión de la correlación entre la numerosidad y las magnitudes continuas (Gebuis, Cohen Kadosh & Gevers, 2016).

Es importante señalar que la asunción del EC como evidencia a favor de un sistema integrado de procesamiento no está exenta de críticas. Una explicación alternativa es que los atributos numéricos y las DNN compiten por recursos limitados de memoria de trabajo y componentes de toma de decisiones, similar a los resultados encontrados en el efecto Stroop (1935), donde también aparece interferencia de procesos paralelos (Odic, 2017).

En el estudio de Tomlinson, DeWing y Brannon (2020) se pusieron a prueba dos postulados que, de acuerdo con los autores, se derivan de una versión fuerte de la teoría del SMA. El primero plantea la posibilidad que las representaciones de magnitud no numéricas sean más relevantes que las representaciones de numerosidad. Si ese fuera el caso, entonces deberíamos esperar un sesgo mayor inducido por DNN en los juicios numéricos que el sesgo que introduce la información de cantidad en los juicios de discriminación de magnitudes no numéricas. Por otro lado, si las representaciones numéricas se derivan de otras representaciones de magnitud, deberíamos esperar, de acuerdo a los autores, que la precisión para la discriminación de las DNN resultase igual o mayor que la precisión numérica, dado que los errores en la representación de DNN se propagarían a las representaciones de numerosidad posteriores. Sin embargo, los resultados muestran que las DNN sesgaron medianamente el rendimiento de los sujetos que realizaban tareas de discriminación de cantidades, mientras que la información numérica de los estímulos introdujo un fuerte sesgo en el rendimiento de los sujetos que comparaban estímulos con base en sus DNN. Con respecto a la segunda hipótesis, se encontró que la precisión en tareas de comparación numérica fue superior a tareas de comparación de área (Tomlinson, DeWing & Brannon, 2020).

Una aproximación crítica diferente a la postulación del SMA puede encontrarse en Halberda (2019), que considera a esta propuesta como una noción reduccionista, puesto que extrapola las características del estímulo perceptual a los sistemas cognitivos que procesan dicha información. Los números son entidades abstractas que definen la propiedad cuantitativa de un conjunto de elementos individuales, por lo tanto, los sistemas cognitivos no pueden extraer esa información directamente de la evidencia perceptual, sino que debe ser inferida. Relacionado a lo anterior y dado el enorme cúmulo de evidencia donde se muestra el rol de la representación de cantidades en el rendimiento matemático simbólico (ver sección 2.3), es irrelevante el tipo de entrada que recibe el sistema, ya que el contenido del procesamiento tiene todos los indicadores de ser una modalidad de representación aproximada de los números. De acuerdo con Halberda, perspectivas como la del SMA podrían estar cometiendo el error de limitar ilegítimamente los recursos que deben ser considerados a la hora de la determinación del contenido conceptual de este sistema de representación (Halberda, 2019).

2. Algunos debates teóricos en cognición numérica

En la sección anterior fueron presentados los principales avances en cuanto al desarrollo teórico, conceptual y metodológico respecto al estudio de las competencias básicas para la cuantificación aproximada. A continuación, se sistematizarán algunos de los debates teóricos que más atención han recibido y que los autores consideran fundamentales para introducirse en el campo de la cognición numérica.

Los debates considerados estarán todos configurados a partir de la idea de la existencia de un Sistema Numérico Aproximado. Se presentarán discusiones sobre la representación de las cantidades en la Línea Numérica Mental (sección 2.1), las posibles fuentes que generan mejoras en la precisión del SNA a través del desarrollo ontogenético (sección 2.2) y, por último, sobre las diferentes posturas respecto a la relación entre el SNA y el desempeño matemático simbólico (sección 2.3).

2.1 Representación mental de las cantidades: ¿lineal o logarítmica?

Ya a finales del siglo XIX Francis Galton encontraba evidencias de una representación espacial de números similar a una línea mental de números (Galton, 1880). Más de cien años después de su observación, la idea de una representación espacial de los números en el cerebro humano, independiente del lenguaje, sigue siendo útil para el estudio de la cognición numérica (Göbel et al., 2001). Sobre esta base, se han propuesto dos hipótesis principales sobre la estructura y funcionamiento de la LNM en el SNA, que permitirían explicar los efectos conductuales dependientes de la proporción numérica anteriormente descritos (ED y ET).

Por una parte, Gallistel y Gelman (1992) postulan que las representaciones numéricas internas codifican la información relativa a las cantidades de forma lineal: distancias iguales entre números se representan por distancias iguales en la representación. Lo que explicaría en este caso el efecto de tamaño sería el hecho de que la activación de las entradas sensoriales presenta una variabilidad escalar y simétrica, esto es, curvas de distribuciones más anchas y menores para numerosidades más grandes y, por lo tanto, representaciones internas más ruidosas en esos casos (Figura 1A).

Como alternativa al código de representaciones escalares de Gallistel y Gelman (1992), Dehaene y Changeux (1993) postulan una representación en una escala logarítmica, cuya distancia entre las representaciones es más comprimida para las numerosidades mayores, con curvas de distribución similares para cada una (Figura 1B).

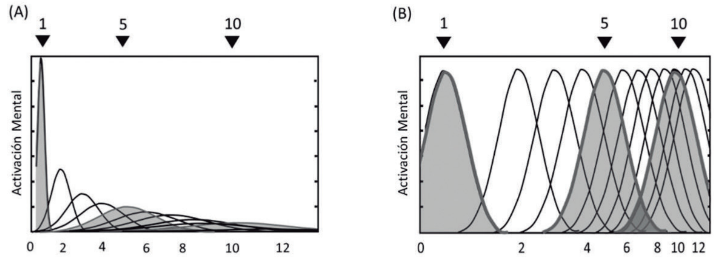


Figura 1. Representación de la activación mental de las numerosidades en el SNA según los distintos modelos.

Nota. (A) En el modelo lineal, cada numerosidad se representa como una distribución de activación en una escala lineal con un aumento de la varianza, es decir, la variabilidad escalar; (B) En el modelo logarítmico, cada numerosidad se representa en una escala comprimida logarítmica con varianzas constantes. La superposición de las activaciones representa el error que subyace a la representación.

A pesar de las diferencias internas de estos dos modelos teóricos, las predicciones conductuales son esencialmente equivalentes; ambas explican una representación menos precisa y una peor discriminación en el caso de los números grandes en relación con números pequeños, por lo que los resultados comportamentales, por sí solos, no ofrecen datos concluyentes para discernir entre ambas hipótesis (Dehaene, 2003). Dos tipos de argumentos se han presentado con el objetivo de inclinar la balanza a favor de una de estas propuestas. El primero refiere a los estudios de registros intracraneales de la actividad eléctrica de poblaciones neuronales corticales (Nieder, Freedman & Miller, 2002; Sawamura, Shima & Tanji, 2002); el segundo al desarrollo de redes neuronales artificiales (Verguts & Fias, 2004). Nieder y Miller (2003) analizaron las respuestas de la actividad neural de macacos que realizaban tareas de coincidencia numérica de conjuntos presentados visualmente. Los registros de la actividad cerebral muestran un aumento lineal en los umbrales de discriminación en función del aumento de la numerosidad. Los resultados también mostraron que las respuestas se ajustan estadísticamente mejor al modelo logarítmico, comparado con el modelo lineal (Figura 1B). Es por esto que, en este caso, la representación de numerosidades es modelada de manera más parsimoniosa a través del modelo logarítmico, comparado con la propuesta lineal (Dehaene, 2003).

Por otra parte, la cognición numérica no ha estado ajena a los aportes que ha producido el desarrollo de la modelación de procesos cognitivos a través de redes neuronales artificiales. Verguts y Fias (2004), basados en los modelos iniciales desarrollados por Dehaene y Changeux (1993), realizaron varias simulaciones con modelos neuronales con aprendizaje no supervisado, que utilizan como entradas estímulos simbólicos y no simbólicos de cantidades. Dentro de los resultados presentados, además de mostrar que dichas redes reproducen los efectos típicos del procesamiento de cantidades como el ED y el ET, se puede concluir que la ejecución de dichos modelos llevó al desarrollo espontáneo de nodos que están sintonizados a una numerosidad específica. Dichos nodos exhiben las mismas propiedades de las investigaciones de registro unitario de neuronas de modelos animales (Nieder et al. 2002; Nieder & Miller, 2003), reforzando así las evidencias de una organización logarítmica de la LNM.

Tomando ambos resultados en consideración, las evidencias sobre la estructura y organización de la representación mental de la información relativa a las cantidades parecen estar apoyando la idea de la existencia de una LNM con un escalamiento logarítmico, organizada de izquierda a derecha, donde la representación de cantidades se basa en la activación gaussiana en regiones específicas de dicha línea, con distancias más pequeñas a medida que aumentan las numerosidades y, por ende, con mayor error en la representación interna.

2.2 La precisión del SNA mejora a través del desarrollo, ¿producto del "afilado" o del "filtrado"?

Las representaciones del SNA parecen ser, en un inicio, altamente ruidosas y su precisión va aumentando a través del desarrollo, la educación y la maduración cerebral. La precisión del SNA muestra una mejora continua desde la primera infancia, alcanzando los niveles de madurez en la adolescencia y logrando su pico máximo cerca de los 30 años (Halberda, Ly, Wilmer, Naiman & Germine, 2012). La precisión mostrada en recién nacidos es inicialmente baja [discriminan conjuntos con una proporción de 3 (Izard et al., 2009)], y mejora progresivamente durante el desarrollo y la educación, pudiendo discriminar conjuntos de elementos que difieren en cantidades pequeñas de proporciones de alrededor de 1.4 a los seis años (Odic, Libertus, Feigenson & Halberda, 2013). Los patrones de respuesta en tareas de estimación aproximada de cantidades se modifican significativamente en la entrada a la escolarización formal debido a las experiencias en el sistema educativo relacionadas al aprendizaje y manipulación de símbolos numéricos (Siegler & Booth, 2004). También aquí podemos encontrar dos modelos teóricos que buscan explicar el aumento de la precisión del SNA.

Por una parte, la "hipótesis del afilado" (del inglés, "sharpening hypothesis") asume que la maduración cerebral y la educación formal agudizan progresivamente la representación interna de la numerosidad.

Según esta propuesta, las curvas de sincronización durante la activación de información numérica en poblaciones neuronales del SIP se van haciendo más leptocúrticas progresivamente y, por ende, más precisas (Piazza, Pinel, Le Bi- han & Dehaene, 2007). Este planteamiento recibe apoyo parcial de evidencias de IRMf. Utilizando un paradigma de adaptación, los patrones de activación evocada por estímulos numéricos más grandes fueron más precisos en sujetos adultos (Piazza et al., 2004) que en preescolares (Kersey & Cantlon, 2017), evidenciando una mejora a lo largo del tiempo.

Por otra parte, de acuerdo con la "hipótesis del filtrado" (del inglés "filtering hypothesis"), el desarrollo numérico implica una capacidad creciente durante el desarrollo para enfocarse de manera selectiva en la dimensión relevante, amplificando la contribución de la numerosidad, y filtrando las dimensiones no numéricas, que son irrelevantes para la tarea (Piazza, De Feo, Panzeri & Dehaene, 2018).

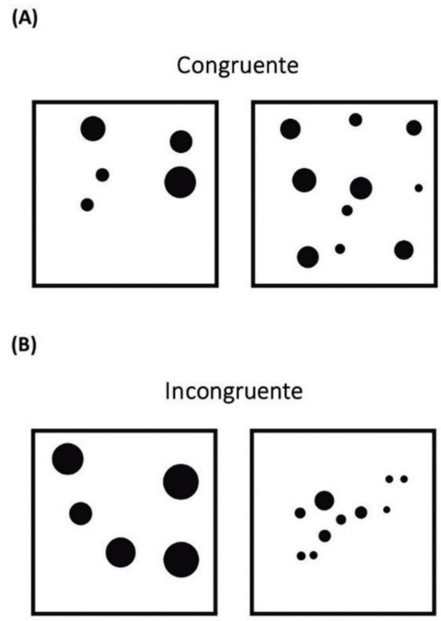


Figura 2. Estímulos presentados en una tarea de comparación no-simbólica.

Nota. Los sujetos deben responder cuál de los dos conjuntos tiene la mayor cantidad de elementos. (A). Estímulo congruente, donde el conjunto de la derecha tiene mayor cantidad de elementos y, a su vez, también es mayor en cuanto a las DNN (e.g. área de superficie). (B). Estímulo Incongruente, donde el conjunto que posee mayor cantidad de elementos presenta menor área de superficie que el conjunto con menor cantidad de elementos.

La existencia del ya mencionado efecto de congruencia en el procesamiento numérico muestra una de las principales limitaciones de la hipótesis del afilado. Esta predice una reducción general en las tasas de error, pero no necesariamente una reducción en el efecto de congruencia: la tasa de error debería disminuir igualmente en los pares congruentes e incongruentes. Sin embargo, como discutiremos a continuación, ese podría no ser el caso (Figura 2). Además, los métodos de IRMf que intentan sustentar empíricamente el modelo del filtrado poseen una limitación en cuanto a la resolución temporal (Poldrack, Mumford & Nichols, 2011), por lo que es posible que la activación cerebral en este paradigma refleje el efecto de una amplificación atencional postperceptual en lugar de la codificación inicial de la numerosidad.

La hipótesis del filtrado ha sido evaluada en tareas de comparación de cantidades en sujetos en edad escolar con desarrollo típico de las competencias matemáticas, en sujetos con un trastorno específico para el aprendizaje de las matemáticas denominado discalculia del desarrollo (American Psychiatric Association, APA, 2013), en adultos con escolarización formal y en miembros de la tribu Mundurukú. Los resultados obtenidos muestran un aumento en la precisión, fundamentalmente en los casos incongruentes, lo que sugiere que este aumento, ligado a factores de edad y educativos, podría ser el resultado de la capacidad de enfocarse en la dimensión relevante para la tarea, filtrando las DNN (quizás valga la pena notar que si bien la hipótesis del filtrado puede plantearse desde el marco del SNA, existe cierta afinidad entre lo que allí se postula y parte de lo que se menciona desde filas afines a la hipótesis alternativa basada en un SMA; ver sección 1.3).

Es necesario resaltar que, si bien estas propuestas son cualitativamente diferentes en cuanto al factor principal de reducción del error de la representación interna, estas teorías no son mutuamente excluyentes; ambas pudieran ocurrir en forma simultánea durante el desarrollo.

2.3 Relación entre el SNA y la matemática simbólica

Uno de los mayores esfuerzos actuales en el campo consiste en intentar esclarecer la relación que tienen el SNA y el desempeño matemático. ¿Acaso constituye este sistema innato para manipular cantidades de manera no simbólica un mecanismo sine qua non para el desarrollo de las habilidades numéricas formales, similar al papel de la conciencia fonológica en el caso de la lectura? (Vanbinst, Ansari, Ghesquière & De Smedt, 2016). Esta habilidad para la cuantificación aproximada de elementos sin necesidad de conteo verbal, ¿constituye una base necesaria para el desarrollo de las habilidades de manipulación de símbolos numéricos que adquirimos a través de experiencias educativas en los sistemas escolares y familiares? Existe una incuestionable relevancia teórica en el intento de encontrar respuestas a estas interrogantes, dado que nos permitirán obtener una descripción más detallada de las estructuras y mecanismos de funcionamiento del SNA. Tan incuestionable como la anterior es la relevancia práctica de estas preguntas, puesto que sus respuestas podrían ayudarnos a refinar las estrategias didácticas y pedagógicas que los docentes utilizan a la hora de enseñar matemática (Koleszar et al., 2020).

Un cúmulo de resultados de investigación muestran una relación recurrente entre las diferencias individuales para la representación numérica aproximada de cantidades y la habilidad para el manejo exacto de símbolos matemáticos. En este caso se pueden distinguir dos líneas principales de argumentos en donde emerge la relación funcional entre ambas habilidades. La primera de ellas refiere a que las tareas que involucran símbolos numéricos y aritmética exacta reflejan los mismos efectos conductuales que la representación aproximada de cantidades no simbólicas (Hyde, Khanum, & Spelke, 2014). En tareas de comparación simbólica de números, el desempeño de los sujetos depende de la distancia numérica entre los números a comparar (ED) y del tamaño de las magnitudes representadas (ET) (Dehaene, Dehaene-Lambertz, & Cohen, 1998). A su vez tanto la representación no-simbólica como la simbólica de cantidades siguen el patrón de asociación espacial, donde se encuentra mayor precisión en las respuestas de la mano izquierda para magnitudes pequeñas, y de la derecha para magnitudes mayores (efecto SNARC) (Dehaene, Bossini, & Giraux, 1993). Por otro lado, aparece una activación superpuesta en regiones parietales durante el procesamiento de cantidades, tanto en formato simbólico como no simbólico (Dehaene et al., 2003).

La segunda línea de evidencia se basa en el hecho de que la precisión en tareas de comparación no simbólica de cantidades correlaciona sistemáticamente con el desempeño en pruebas estandarizadas en edad preescolar (Bonny&Lourenco, 2013), escolar (Inglis, Attridge, Batchelor& Gilmore, 2011) y en sujetos adultos (Lourenco, Bonny, Fernandez, & Rao, 2012). Sujetos con discalculia del desarrollo poseen una precisión del SNA significativamente más baja que la población con desarrollo típico (Mazzocco, Feigenson & Halberda, 2011), a la vez que sujetos con un alto desempeño en matemática muestran una precisión del SNA superior (Wang, Halberda, & Feigenson, 2017). Estudios longitudinales muestran que la precisión del SNA evaluado en el primer año de vida predice las habilidades matemáticas a la entrada al sistema educativo (Gilmore, McCarthy & Spelke, 2010). Por último, en un intento de sintetizar el considerable número de investigaciones previas que aborda esta relación, Chen & Li (2014) llevaron a cabo un metaanálisis, posibilitando un aumento de la potencia estadística. Sus conclusiones reafirman los resultados anteriores sobre la existencia de una asociación sistemática, con tamaño del efecto moderado, entre estas dos habilidades, tanto en estudios transversales como longitudinales. Si bien esta evidencia acumulada permite establecer una asociación sistemática entre SNA y el desempeño matemático, lo que constituye un punto de partida para probar propuestas teóricas sobre esta relación, la naturaleza propia de los estudios, basadas en análisis correlacionales, no permite esclarecer las particularidades de esta relación. Existen al menos dos vertientes teóricas en las que se pueden agrupar los estudios que pretenden abordar la relación subyacente en estos resultados.

Por una parte, podemos identificar un enfoque mediador o indirecto, que postula que la relación entre la precisión del SNA y el desempeño matemático está mediada por terceras habilidades o procesos. Tibber et al., (2013) postulan a las habilidades visoespaciales de bajo nivel como uno de los candidatos a mediar esta relación. Por otra parte, Fuhs y McNeil (2013) incluyen la capacidad de inhibir las DNN de los estímulos en el modelo de mediación entre SNA y matemáticas. Sin embargo, la persistencia de esta asociación en sujetos con ceguera congénita (Kanjlia, Feigenson & Bedny, 2018), parece refutar las teorías basadas en habilidades visoespaciales de bajo nivel, al menos en tanto explicación universal para este fenómeno. A su vez, en estudios donde se controlan las demandas inhibitorias de las tareas, se continúa encontrando la relación entre la precisión del SNA y el rendimiento matemático (Keller & Libertus, 2015), lo que sugiere que esta relación no estaría mediada, al menos principalmente, por esta habilidad (Figura 3).

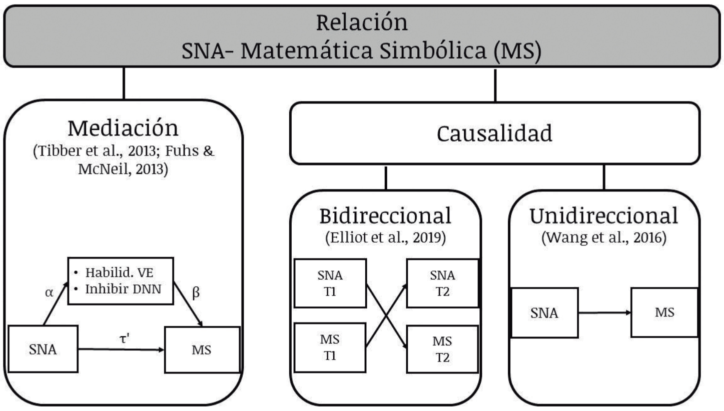


Figura 3. Representación esquemática de los enfoques teóricos que intentan explicar la relación funcional entre el SNA y el desempeño matemático simbólico.

Nota VE: Habilidades visoespaciales. T: Tiempo

El segundo enfoque, orientado a explicar la relación entre las capacidades propias del SNA y el desempeño matemático, es el enfoque causal o directo del cual se desprenden dos vertientes: la bidireccional y la unidireccional. De acuerdo con la vertiente bidireccional, existe una influencia directa y recíproca entre SNA y desempeño matemático. Estudios muestran que sujetos adultos con mayor educación matemática, a su vez rinden mejor en tareas de discriminación numérica no simbólica (Piazza, Pica, Izard, Spelke & Dehaene, 2013). En el ya mencionado metaanálisis de Chen & Li (2014), además de la asociación entre habilidades numéricas aproximadas y el rendimiento matemático posterior, se encontró una relación de predicción inversa en cinco muestras independientes del total de 36 estudios sistematizados. En ellas las habilidades matemáticas tempranas podrían, a su vez, predecir la precisión en SNA. Para probar esta hipótesis, Elliott, Feigenson, Halberda y Libertus (2019) realizaron un estudio longitudinal en tres puntos temporales con seis meses de distancia cada uno. Sujetos de tres a cinco años completaron una tarea de comparación numérica no simbólica que midió la precisión del SNA y una evaluación matemática estandarizada. Los resultados mostraron asociaciones bidireccionales entre la precisión del SNA y la habilidad matemática. Sin embargo, utilizando un diseño y metodologías similares, He et al. (2016) solo pudieron establecer una influencia unidireccional entre la precisión aproximada y el rendimiento matemático simbólico.

La otra vertiente del enfoque causal postula una influencia directa y unidireccional de las habilidades de representación y manipulación de cantidades de manera aproximada en el posterior desempeño matemático y aritmético. Desde esta postura se han realizado intervenciones con el objetivo de manipular experimentalmente la precisión del SNA y evaluar su efecto en el rendimiento matemático formal. Wang, Odic, Halberda y Feigenson (2016) y Wang, Halberda y Feigenson (2020) encontraron que la modulación de la precisión del SNA se transfiere al desempeño simbólico en matemática en sujetos de edad preescolar y escolar, lo que alcanzaría para establecer una relación causal, al menos unidireccional, entre estos dos dominios. Sin embargo, estos estudios han recibido una serie de críticas metodológicas sobre su diseño, enfocadas principalmente en dos aspectos. Primero, el diseño del estudio de Wang et al. (2016) no cumple con todos los estándares de eficiencia para evaluar la efectividad de una intervención (U.S. Department of Education & What Works Clearinghouse., 2017), principalmente porque no se toma una línea base ni de habilidades numéricas aproximadas ni simbólicas, por lo que no permite garantizar que las diferencias entre los grupos encontradas en las evaluaciones posteriores a la intervención no existían anteriormente. Por último, para evaluar las habilidades matemáticas formales se seleccionó un subconjunto de ítems de la tercera versión del Test de Competencia Matemática Básica (TEMA 3, del inglés Test of Early Mathematics Ability) (Ginsburg & Baroody, 2003), lo cual viola el protocolo de administración del instrumento y pone en duda la validez y confiabilidad psicométrica de esta medida utilizada (Merkley, Matejko, & Ansari, 2017).

3. Conclusiones y direcciones futuras

La necesidad de brindar una caracterización más precisa de los procesos mediante los cuales los individuos perciben y entienden las ideas matemáticas, especialmente a edades tempranas, ha generado un rápido desarrollo en el estudio de la cognición numérica. En el presente artículo se han sistematizado algunos de los principales debates teóricos actuales en esta área de conocimiento, haciendo foco principalmente en el estudio del Sistema Numérico Aproximado. Esta revisión intenta mostrar una imagen amplia de este campo del conocimiento que sirva de guía inicial para una mayor profundización por parte de los profesionales dedicados al esfuerzo interdisciplinario y colaborativo de estudiar las bases neuropsicológicas del aprendizaje de la matemática en edad escolar. Estos debates nutren de ideas novedosas a los grupos de trabajo y permiten la recogida de datos empíricos que dan soporte a uno u otro modelo.

A modo de ejemplo de posibles direccionamientos a futuro veamos un caso en el que se retoma la cuestión discutida en la sección anterior. El estudio de Wang et al. (2016) plantea una serie de experimentos que permitirían abordar de manera muy elegante el debate de la relación entre las habilidades de cuantificación aproximada y el desempeño matemático. Sin embargo, las ya mencionadas críticas metodológicas que ha recibido este trabajo (Merkley et al., 2017) ponen en duda la posibilidad de extrapolar estos resultados. En este sentido, los autores del presente artículo pretenden poner a prueba la hipótesis de la vertiente unidireccional del enfoque causal del debate sobre la relación entre el SNA y el desempeño matemático, superando las limitaciones metodológicas de estudios anteriores. Este proyecto, basado en un estudio de intervención, con un diseño pre-post y seguimiento (follow-up) pretende inducir cambios en la precisión del SNA a través del llamado efecto de histéresis y evaluar su efecto en el rendimiento matemático, su especificidad y su estabilidad temporal en preescolares.

La histéresis perceptual refiere al fenómeno en el cual los umbrales perceptuales (e.g. menor diferencia de un parámetro entre dos estímulos que puede ser discriminada) cambian en dependencia de si los estímulos son fácilmente discriminables al inicio de la tarea y gradualmente comienzan a ser menos discriminables o viceversa (Kleinschmidt, Büchel, Hutton, Friston&Frackowiak, 2002).

En el campo de la cognición numérica existen antecedentes de intentos de inducir cambios en la precisión del SNA a través de histéresis en tareas de comparación aproximada de cantidades (Odic, Hock& Halberda, 2014; Wang et al., 2020; Wang et al., 2016). El estudio en desarrollo podría aportar datos que ayudarán a detallar las especificidades de la relación entre las habilidades de cuantificación aproximada y el rendimiento matemático. El proyecto descrito anteriormente es solo una de las varias líneas de investigación que en este momento están poniendo a prueba diferentes aspectos teóricos aún en debate dentro del campo de la cognición numérica. Este panorama evidencia un área de conocimiento en pleno desarrollo, fértil para nuevas propuestas, tanto en investigaciones básicas como en estudios traslacionales, que buscan traducir el cúmulo de conocimiento básico generado en aplicaciones educativas específica para contextos escolares.

Referencias

- Agrillo, C., & Beran, M. J. (2013). Number without language: comparative psychology and the evolution of numerical cognition. Frontiers in Psychology, 4(May), 1–2. doi:10.3389/fpsyg.2013.00295
- Agrillo, C., Dadda, M., Serena, G., &Bisazza, A. (2008). ¿Do fish count? Spontaneous discrimination of quantity in female mosquitofish. Animal Cognition, 11(3), 495–503.doi:10.1007/s10071-008-0140-9
- American Psychiatric Association (APA, 2013). Diagnostic and statistical manual of mental disorders (5th ed.). Arlington, VA: Author.
- Aremu, A. O., & Taiwo, A. K. (2014). Reducing mathematics anxiety among students with pseudo-dyscalculia in Ibadan through numerical cognition and emotional freedom techniques: moderating effect of mathematics efficacy. African Journal for the Psychological Studies of Social Issues, 17(1), 113-129.
- Armstrong, N., Garland, A., and Burns, K. C. (2012). Memory for multiple cache locations and prey quantities in a food-hoarding song-bird. Front. Psychol.3, 1-9. doi: 10.3389/fpsyg.2012.00584
- Bonny, J. W., & Lourenco, S. F. (2013). The approximate number system and its relation to early math achievement: Evidence from the preschool years. Journal of Experimental Child Psychology, 114(3), 375-388. doi: 10.1016/j.jecp.2012.09.015 Buckley, P. B., & Gillman, C. B. (1974). Comparisons of digits and dot patterns. Journal of experimental psychology, 103(6), 1131-1136.
- Cantlon, J. F., & Brannon, E. M. (2005). Semantic congruity affects numerical judgments similarly in monkeys and humans. Proceedings of the National Academy of Sciences, 102(45), 16507-16511.doi:10.1073/pnas.0506463102
- Cantlon, J. F., Brannon, E.M., Carter, E. J., &Pelphrey, K.A. (2006). Functional imaging of numerical processing in adults and 4-y-old children. PLOS Biology, 4(5), 0844-0854. doi: 10.1371/journal.pbio.0040125
- Chen, Q., & Li, J. (2014). Association between individual differences in non-symbolic number acuity and math performance: A meta-analysis. Acta Psychologica, 148, 163-172.doi: 10.1016/j.actpsy.2014.01.016
- Cipora, K., & Wood, G. (2017). Finding the SNARC instead of hunting it: A 20*20 Monte Carlo investigation. Frontiers in Psychology, 8(JUL), 1–11. doi:10.3389/fpsyg.2017.01194
- Cohen Kadosh, R, Lammertyn, J, & Izard, V. (2008), Are numbers special? An overview of Chronometrie, neuroimaging, developmental and comparative studies of magnitude representation. Progress in Neurobiology, 84, 132-147. doi:10.1016/j. pneurobio.2007.11.001
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. Cognition, 44 (1-2), 1–42. doi: 10.1016/0010-0277(92)90049-N Dehaene, S. (1996). The organization of brain activations in number comparison: Event-related potentials and the additive-factors method. Journal of Cognitive Neuroscience, 8(1), 47-68. doi: 10.1162/jocn.1996.8.1.47
- Dehaene, S. (1997) The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics. Oxford: Oxford University Press.
- Dehaene, S. (2003). The neural basis of the Weber-Fechner law: A logarithmic mental number line. Trends in Cognitive Sciences, 7(4), 145–147.doi:10.1016/S1364-6613(03)00055-X
- Dehaene, S., Bossini, S., &Giraux, P. (1993). The Mental Representation of Parity and Number Magnitude. Journal of Experimental Psychology: General, 122(3), 371–396. doi:10.1037/0096-3445.122.3.371
- Dehaene, S., & Brannon, E. (2011). Space, time and number in the brain: Searching for the foundations of mathematical thought. Cambridge: Academic Press.
- Dehaene, S., & Changeux, J. P. (1993). Development of elementary numerical abilities: A neuronal model. Journal of Cognitive Neuroscience, 5(4), 390–407.doi:10.1162/jocn.1993.5.4.390
- Dehaene, S., Dehaene-Lambertz, G., & Cohen, L. (1998). Abstract representations of numbers in the animal and human brain. TRENDS in Neuroscience, 21(8), 670–674. doi: 10.1016/S0166-2236(98)01263-6
- Dehaene, S., Izard, V., Piazza, M. (2005). Control over non-numerical parameters in numerosity experiments. Unpublished manuscript (disponible enhttp://www.unicog. org).
- Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. Cognitive Neuropsychology, 20(3-6), 487-506. doi: 10.1080/02643290244000239
- DeWind, N. K., Adams, G. K., Platt, M. L., & Brannon, E. M. (2015). Modeling the approximate number system to quantify the contribution of visual stimulus features. Cognition, 142, 247-265.doi:10.1016/j.cognition.2015.05.016
- Elliott, L., Feigenson, L., Halberda, J., &Libertus, M. E. (2019). Bidirectional, longitudinal associations between math ability and approximate number system precision in childhood. Journal of Cognition and Development, 20(1), 56-74. doi: 10.1080/15248372.2018.1551218
- Estévez, N. (2014). Bases biológicas del procesamiento numérico: evidencias neuropsicológicas y anatómicas desde la Discalculia del Desarrollo. (Tesis en opción al título académico de Doctora en Ciencias Psicológicas) Centro de Neurociencias de Cuba. La Habana, Cuba.
- Fechner, G. G. (1890). Elementos de psicofísica. Leipzig: Breitkopf &Hartel.

• Feigenson, L., Dehaene, S., &Spelke, E. (2004). Core systems of number. Trends in Cognitive Sciences, 8(7), 307–314. doi:10.1016/j.tics.2004.05.002

• Fias, W., Lammertyn, J., Caessens, B., &Orban, G. A. (2007). Processing of abstract ordinal knowledge in the horizontal segment of the intraparietal sulcus. Journal of Neuroscience, 27(33), 8952-8956. doi: 10.1523/JNEUROSCI.2076-07.2007

• Fischer, M. H., Riello, M., Giordano, B. L., & Rusconi, E. (2013). Singing numbers. . .in cognitive space–a dual-task study of the link between pitch, space, and numbers. Top. Cogn. Sci.,5(2), 354–366. doi: 10.1111/tops.12017

• Fuhs, M. W., & McNeil, N. M. (2013). ANS acuity and mathematics ability in preschoolers from low-income homes: Contribution of inhibitory control. Developmental Science, 16(1), 136–148.doi:10.1111/desc.12013

• Gallistel, C. R., & Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. Cognition, 44(1-2), 43-74. doi: 10.1016/0010-0277(92)90050-R

• Galton, F. (1880). Statistics of mental imagery. Mind, 5(19), 301-318.

• Gebuis, T., Cohen Kadosh, R., &Gevers, W. (2016). Sensory-integration system rather than approximate number system underlies numerosity processing: A critical review. Acta psychologica, 171, 17-35. doi: 10.1016/j.actpsy.2016.09.003

• Gebuis, T., &Reynvoet, B. (2012). The interplay between nonsymbolic number and its continuous visual properties. Journal of Experimental Psychology: General, 141(4), 642–648. doi:10.1037/a0026218

• Gilmore, C. K., McCarthy, S. E., &Spelke, E. S. (2010). Non-symbolic arithmetic abilities and mathematics achievement in the first year of formal schooling. Cognition, 115(3), 394-406.doi:10.1016/j.cognition.2010.02.002

• Ginsburg, H. P., &Baroody, A. J. (2003). Test of early mathematics ability (3rd ed.). Austin, TX: Pro-Ed.

• Göbel, S., Walsh, V., & Rushworth, M. F. S. (2001). The mental number line and the human angular gyrus. NeuroImage, 14(6), 1278–1289.doi:10.1006/nimg.2001.0927

• Gordon, P. (2004). Numerical cognition without words: Evidence from Amazonia. Science, 306(5695), 496–499. doi: 10.1126/ science.1094492

• Halberda, J. (2019). Perceptual Input Is Not Conceptual Content. Trends in Cognitive Sciences, 23(8), 636–638. doi: 10.1016/j.tics.2019.05.007

• Halberda, J., &Feigenson, L. (2008). Developmental Change in the Acuity of the «Number Sense»: The Approximate Number System in 3-, 4-, 5-, and 6-Year-Olds and Adults. Developmental Psychology, 44(5), 1457-1465.doi :10.1037/a0012682

• Halberda, J., Ly, R., Wilmer, J. B., Naiman, D. Q., &Germine, L. (2012). Number sense across the lifespan as revealed by a massive Internet-based sample. Proceedings of the National Academy of Sciences, 109(28), 11116–11120. doi:10.1371/ journal. pone.0004263

• Halberda, J., Mazzocco, M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. Nature, 455(7213), 665–669. doi:10.1038/nature07246

• He, Y., Zhou, X., Shi, D., Song, H., Zhang, H., & Shi, J. (2016). New evidence on causal relationship between approximate number system (ANS) acuity and arithmetic ability in elementary-school students: A longitudinal cross-lagged analysis. Frontiers in Psychology, 7(JUL), 1–8. doi: 10.3389/fpsyg.2016.01052

• Hubbard, E. M., Diester, I., Cantlon, J. F., Ansari, D., Opstal, F. V., &Troiani, V. (2008). The Evolution of Numerical Cogni- tion: From Number Neurons to Linguistic Quantifiers. Journal of Neuroscience, 28(46), 11819–11824. doi:10.1523/JNEUROS- CI.3808-08.2008

• Hyde, D. C., Khanum, S., &Spelke, E. S. (2014). Brief non-symbolic, approximate number practice enhances subsequent exact symbolic arithmetic in children. Cognition, 131(1), 92-107. doi: 10.1016/j.cognition.2013.12.007 Ifrah, G. (1985). From one to zero: A universal history of numbers. New York: Viking

• Inglis, M., Attridge, N., Batchelor, S., & Gilmore, C. (2011). Non-verbal number acuity correlates with symbolic mathematics achievement: But only in children. Psychonomic bulletin & review, 18(6), 1222-1229.

• Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S., &Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. Proceedings of the National Academy of Sciences, 106(25), 10382-10385. doi:10.1073/pnas.0812142106

• Kanjlia, S., Feigenson, L., &Bedny, M. (2018). Numerical cognition is resilient to dramatic changes in early sensory experience. Cognition, 179, 111-120. doi: 10.1016/j.cognition.2018.06.004

• Keller, L., &Libertus, M. (2015). Inhibitory control may not explain the link between approximation and math abilities in kindergarteners from middle class families. Frontiers in Psychology, 6, 685. doi: 10.3389/fpsyg.2015.00685

• Kersey, A. J., &Cantlon, J. F. (2017). Neural tuning to numerosity relates to perceptual tuning in 3–6-year-old children. Jour- nal of Neuroscience,37(3), 512–522. doi: 10.1523/JNEUROSCI.0065-16.2016

• Kinzler, K. D., &Spelke, E. S. (2007). Core systems in human cognition. Progress in Brain Research, 164, 257–264. doi:10.1016/S0079-6123(07)64014-X

• Kleinschmidt, A., Büchel, C., Hutton, C., Friston, K. J., &Frackowiak, R. S. J. (2002). The neural structures expressing perceptual hysteresis in visual letter recognition. Neuron, 34(4), 659–666. doi: 10.1016/S0896-6273(02)00694-3

• Koleszar, V., León, D. De, Díaz-Simón, N., Fitipalde, D., Cervieri, I., & Maiche, A. (2020). Numerical Cognition in Uruguay: from clinics and laboratories to the classroom. Studies in Psychology, 41(1), 1–25. doi: 10.1080/02109395.2020.1749000

• Le Corre, M., & Carey, S. (2007). One, two, three, four, nothing more: An investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. Cognition, 105(2), 395–438. doi: 10.1016/j.cognition.2006.10.005

• LeFevre, J., DeStefano, D., Coleman, B. & Shanahan, T. (2005). Mathematical cognition and Working Memory. In J.I.D. Campbell (Ed.), Handbook of Mathematical Cognition (p. 361–377). New York: Psychology Press.

• Leibovich, T., Katzin, N., Harel, M., &Henik, A. (2017). From "sense of number" to "sense of magnitude": The role of continuous magnitudes in numerical cognition. Behavioral and Brain Sciences, 40 (January), 1-62.doi:10.1017/S0140525X16002223 Lõoke, M., Marinelli, L., Eatherington, C. J., Agrillo, C., & Mongillo, P. (2020). Do Domestic Dogs (Canis lupus familiaris)

• Perceive Numerosity Illusions? Animals, 10(12), 2304. doi: 10.3390/ani10122304

• Lourenco, S. F., Bonny, J. W., Fernandez, E. P., & Rao, S. (2012). Nonsymbolic number and cumulative area representations contribute shared and unique variance to symbolic math competence. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 109(46), 18737–18742. doi: 10.1073/pnas.1207212109

• Mazzocco, M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Impaired acuity of the approximate number system underlies mathematical learning disability (dyscalculia). Child development, 82(4), 1224-1237. doi: 10.1111/j.1467-8624.2011.01608.x

• McComb, K., Packer, C., & Pusey, A. (1994). Roaring and numerical assessment in contests between groups of female lions, Panthera leo. Animal Behaviour, 47(2), 379-387.doi:10.1006/anbe.1994.1052

• McCrink, K., & Wynn, K. (2004). Large-number addition and subtraction by 9-month-old infants. Psychological Science, 15(11), 776-781.doi:10.1111/j.0956-7976.2004.00755.x

• Merkley, R., Matejko, A. A., & Ansari, D. (2017). Strong causal claims require strong evidence: A commentary on Wang and colleagues. Journal of Experimental Child Psychology, 153, 163–167.doi: 10.1016/j.jecp.2016.07.008

• Nieder, A. (2005). Counting on neurons: the neurobiology of numerical competence. Nature Reviews Neuroscience, 6(3), 177-190. doi: 10.1038/nrn1626

• Nieder, A., Freedman, D.J., Miller, E.K. (2002). Representation of the Quantity of Visual Items in the Primate Prefrontal Cortex. Science, 297(5587), 1708-1711. doi: 10.1126/science.1072493

• Nieder, A., & Miller, E. K. (2003). Coding of cognitive magnitude: Compressed scaling of numerical information in the primate prefrontal cortex. Neuron, 37(1), 149-157. doi: 10.1016/S0896-6273(02)01144-3

• Nuerk, H. C., Moeller, K., Klein, E., Willmes, K., and Fischer, M. H. (2011). Extending the mental number line –A review ofmulti-digit number processing. Z. Psychol. 219, 3–22. doi: 10.1027/2151-2604/a000041

• Odic, D. (2017). The contributions of non-numeric dimensions to number encoding, representations, and decision-making factors. Behavioral and Brain Sciences, 40, E182. doi:10.1017/S0140525X1600220X

• Odic, D., Hock, H., &Halberda, J. (2014). Hysteresis affects approximate number discrimination in young children. J Exp Psychol Gen., 143(1), 255-265. doi: 10.1037/a0030825

• Odic, D., Libertus, M. E., Feigenson, L., &Halberda, J. (2013). Developmental Change in the Acuity of Approximate Number and Area Representations. Developmental Psychology, 49(6), 1103–1112. doi: 10.1037/a0029472

• Pahl, M., Si, A., & Zhang, S. (2013). Numerical cognition in bees and other insects. Frontiers in psychology, 4(162), 1-9. doi: 10.3389/fpsyg.2013.00162

• Piazza, M. (2010). Neurocognitive Start-Up Tools for Symbolic Number Representations. Trends in Cognitive Sciences, 14(12), 267–285.doi:10.1016/B978-0-12-385948-8.00017-7

• Piazza, M., De Feo, V., Panzeri, S., &Dehaene, S. (2018). Learning to focus on number. Cognition, 181(July), 35–45. doi:10.1016/j.cognition.2018.07.011

• Piazza, M., Izard, V., Pinel, P., Le Bihan, D., &Dehaene, S. (2004). Tuning curves for approximate numerosity in the human intraparietal sulcus. Neuron, 44, 547–555. doi:10.1016/j.neuron.2004.10.014

• Piazza, M., Pica, P., Izard, V., Spelke, E. S., &Dehaene, S. (2013). Education enhances the acuity of the nonverbal approximate number system. Psychological science, 24(6), 1037-1043. doi: 10.1177/0956797612464057

• Piazza, M., Pinel, P., Le Bihan, D., &Dehaene, S. (2007). A magnitude code common to numerosities and number symbols in human intraparietal cortex. Neuron, 53(2), 293–305. doi: 10.1016/j.neuron.2006.11.022

• Pica, P., Lemer, C., Izard, V., &Dehaene, S. (2004). Exact and approximate arithmetic in an Amazonian indigene group. Science, 306(5695), 499–503.doi:10.1126/science.1102085

• Poldrack, R. A., Mumford, J. A., & Nichols, T. E. (2011). Handbook of functional MRI data analysis. Cambridge:

Cambridge University Press.

• Purpura, D. J., & Reid, E. E. (2016). Mathematics and language: Individual and group differences in mathematical language skills in young children. Early Childhood Research Quarterly, 26, 259-268. doi: 10.1016/j.ecresq.2015.12.020

• Purpura, D. J., & Simms, V. (2018). Approximate number system development in preschool: What factors predict change?. Cognitive Development, 45, 31-39. doi: 10.1016/j.cogdev.2017.11.001

• Rugani, R., Fontanari, L., Simoni, E., Regolin, L., &Vallortigara, G. (2009). Arithmetic in newborn chicks. Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences, 276, 2451–2460.doi:10.1098/rspb.2009.0044

• Rugani, R., Vallortigara, G., Priftis, K., & Regolin, L. (2015). Number-space mapping in the newborn chick resembles humans' mental number line. Science, 347(6221), 1–4. doi: 10.1126/science.aaa1379

• Sawamura, H., Shima, K., &Tanji, J. (2002) Numerical representation for action in the parietal cortex of the monkey. Nature, 415, 918–922. doi: 10.1038/415918a

• Sella, F., Hartwright, C., & Cohen Kadosh, R. (2018). The Neurocognitive Bases of Numerical Cognition. In J. T. Wixted& Thompson-Schill, S.L. (Eds.), Stevens' Handbook of Experimental Psychology and Cognitive Neuroscience. Volume 3: Lan- guage and Thought (pp. 553–599). New York: Wiley. doi: 10.1002/9781119170174.epcn316

• Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. Child Development, 75(2), 428–444. doi: /10.1111/j.1467-8624.2004.00684.x

• Spelke, E. S. (2000). Core knowledge. American Psychologist, 55(11), 1233–1243.

• Spelke, E. S., &Kinzler, K. D. (2007). Core knowledge. Developmental Science, 10(1), 89–96. doi: 10.1111/j.1467-7687.2007.00569.x

• Starr, A., Libertus, M. E., & Brannon, E. M. (2013). Number sense in infancy predicts mathematical abilities in childhood. Proceedings of the National Academy of Sciences, 110(45), 18116–18120.doi: 10.1073/pnas.1302751110

• Stroop, J. R. (1935). Studies of interference in serial verbal reactions. Journal of experimental psychology, 18(6), 643.

• Tibber, M. S., Manasseh, G. S., Clarke, R. C., Gagin, G., Swanbeck, S. N., Butterworth, B., ... Dakin, S. C. (2013). Sensitivity to numerosity is not a unique visuospatial predictor of mathematical ability. Vision Research, 89, 1–9. doi: 10.1016/j.visres.2013.06.006

• Tomlinson, R. C., DeWind, N. K., & Brannon, E. M. (2020). Number sense biases children's area judgments. Cognition, 204, 104352. doi: 10.1016/j.cognition.2020.104352

• U.S. Department of Education & What Works Clearinghouse (2017). What Works Clearinghouse: Procedures and standards handbook (Version 4.0).Recuperado de http://whatworks.ed.gov.

• Vanbinst, K., Ansari, D., Ghesquière, P., & Smedt, B. De. (2016). Symbolic numerical magnitude proceing is as important to arithmetic as phonological awareness is to reading. PLoS ONE, 11(3), 1–11. doi:10.1371/journal.pone.0151045

• Verguts, T., &Fias, W. (2004). Representation of number in animals and humans: A neural model. Journal of Cognitive Neuroscience, 16(9), 1493–1504. DOI:10.1162/0898929042568497

• Viarouge, A., Hubbard, E. M., &McCandliss, B. D. (2014). The cognitive mechanisms of the SNARC effect: An individual differences approach. PLoS ONE, 9(4), 1-10. doi:10.1371/journal.pone.0095756

• Wang, J., Halberda, J., &Feigenson, L. (2017). Approximate number sense correlates with math performance in gifted adolescents. Acta Psychologica, 176(11), 78–84. doi: 10.1016/j.actpsy.2017.03.014

• Wang, J., Halberda, J., &Feigenson, L. (2020). Emergence of the link between the Approximate Number System and symbolic math ability. Child Development. doi: 10.1111/cdev.13454

• Wang, J., Odic, D., Halberda, J., &Feigenson, L. (2016). Changing the precision of preschoolers' approximate number system representations changes their symbolic math performance. Journal of Experimental Child Psychology, 147, 82–99. doi:10.1016/j.jecp.2016.03.002

• Xenidou-Dervou, I., Van luit, J. E. h., Kroesbergen, E. h., Friso-van den Bos, I., Jonkman, l. M., Van der Schoot, M. & Van lieshout, E. (2018). Cognitive predictors of children's development in mathematics achievement: a latentgrowth modeling approach. Developmental Science, 21(6), 1–51.doi: 10.1111/desc.12671

• Xu, F., &Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. Cognition, 74, 1–11. doi:10.1016/S0010-0277(99)00066-9

• Yaman, S., Kilian, A., von Fersen, L., and Güntürkün, O. (2012). Evidence for a numerosity category that is based on abstract qualities of "few" vs. "many" in the bottlenose dolphin (Tursiops truncatus). Front. Psychol., 3(473), 1-8. doi: 10.3389/ fpsyg.2012.00473

CAPÍTULO

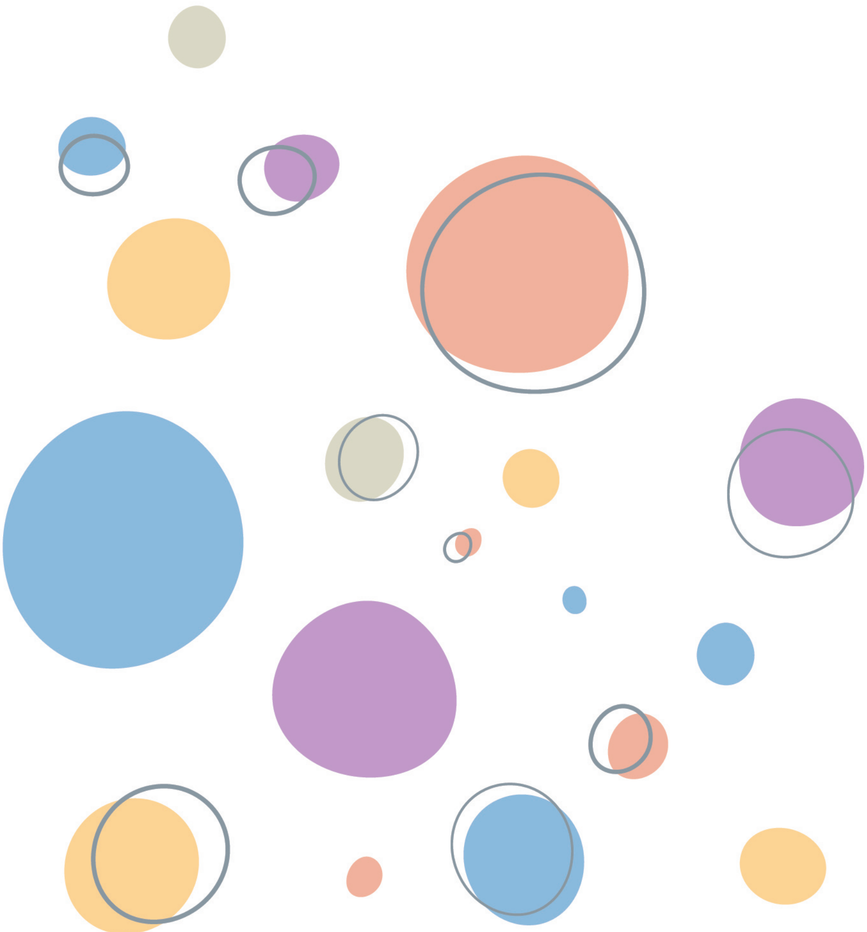
05

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL COGNITION: THE ROLE OF TECHNOLOGY IN LOW SES POPULATIONS

FRANCISCO M. LÓPEZ, DINORAH DE LEÓN, NADIR DÍAZ-SIMÓN, ALEJANDRO MAICHE

Capítulo de libro - Cognitive Sciences and Education in Non-WEIRD Populations: A Latin American Perspective

Índice



Abstract

Mathematical concepts emerge from an early age. Although children come to the world with some innate pieces of knowledge, their abilities are further developed throughout the first years of life and later solidified by formal education. Environmental differences, such as disparate socioeconomic status (SES), are shown to have contrasting effects on math competence, with children from low SES being negatively impacted. In this chapter, we review the existing literature showing differences in early math performance across SES and the possible ways of overcoming those differences. We present some educational technologies that, used correctly, may contribute to equalizing early math knowledge. Our focus is centered on diverse technologies that have been used in school interventions conducted in Latin American countries, including an overview of past and present studies from our research group in Uruguay. Following a discussion of the positive and negative outcomes, we present some guidelines for the use of educational technologies in low SES contexts.

Keywords: mathematical cognition; educational technologies; low SES contexts.

Introduction

There is a cultural problem with mathematics. Many children, and also some adults, show an aversion towards dealing with numbers and arithmetic operations. In extreme cases, this behavior leads to stress and fear akin to a phobia, which receives the name of mathematical anxiety (Dowker et al., 2016). Unlike the social and parental pressure regarding language difficulties, which are usually corrected due to the need to read and write in order to communicate with others, struggles in math are often overlooked and accepted, particularly in underprivileged contexts (DeFlorio & Beliakoff, 2015). The consequences of poor mathematical performance are damaging and long-lasting, both for the individual and for their communities. Data from large-scale surveys reveals significant differences in mathematical abilities across socioeconomic status (SES) (OECD, 2019). SES refers to the position of an individual or a group within society and is usually measured using household income, occupation and degree of education of parents. Low SES populations present more health problems, stress, malnutrition and domestic violence, as well as less neurocognitive and socioemotional development (Bradley & Corwyn, 2002; Noble et al., 2005) which usually results in lower academic achievement.

Traditional educational approaches have failed to reduce this academic achievement gap (Ryan et al., 2006). The recent emergence of new information and communication technologies (ICTs) can provide innovative and exciting opportunities to balance the disparities. These opportunities depend on giving students a real chance to interact with the technology, but also on the type of activity that the new technologies support in the school environment (Alderete & Formichella, 2016). While policy makers and technology investors tend to quickly align themselves behind new seemingly magical solutions, the academic community needs to make critical revisions of past and present studies and thus provide guidelines for future research and educational policies. Such is the approach of this work.

In this chapter, we discuss the role that educational technologies may play in supporting the development of mathematical cognitive skills in children, specifically those from low SES populations in Latin America. Educational technologies encompass all alternatives to traditional education based on ICTs, such as audio and video lessons, computer-assisted instruction, and digital and hybrid games. First, we review the existing evidence that shows that differences in mathematics performance across SES levels are already present in early childhood. Then, we explore some technological solutions that have been implemented in educational settings aiming to boost the math knowledge of underprivileged children. The main section of this chapter focuses on research done in Latin America around this topic. In this context, we also present the work that our group has been carrying out with technology-based interventions in Uruguayan schools, including the main results and insights from recent years, as well as ongoing studies and future directions.

From the revision of the positive and negative outcomes of the inclusion of educational technology in Latin American schools, we shall conclude that the discussion about whether or not to use ICTs must be replaced with a discussion about how to use them. Technological tools can provide children in underprivileged contexts with some of the specific stimuli, questions, and answers that their peers in middle and high SES contexts are usually exposed to in their households.

Early math performance and SES

Mathematical concepts emerge from an early age. Although children come to the world with some innate abilities to approximately quantify entities and events (Feigenson et al., 2004; Izard et al., 2009), these abilities are further developed throughout the first stages of life (Odic et al., 2013) and later solidified by formal education (Halberda et al., 2012). Several longitudinal studies have shown strong correlations between early numerical skills and later mathematical performance (Starr et al., 2013; Gilmore et al., 2010). It is therefore essential to identify children with underdeveloped mathematical abilities and focus on boosting their competencies in those first years of life.

One source of disparity in academic achievement is

SES. Children from low-SES households underperform their peers from high-SES contexts in basic mathematical knowledge as early as kindergarten (Starkey et al., 2004) which results in a "school entry gap" (Janus & Duku, 2007). Crucially, the disparities between low-SES and high-SES individuals in math are greater than those in language and other areas of knowledge (Cross et al., 2009; Duncan et al., 2007). This gap increases across the lifespan and might influence long-term academic and professional achievement.

The underlying origins for the lower math achievement in children from underprivileged contexts may be manifold. From a developmental point of view, growing up in poverty is linked with hindered physical, mental, and emotional health (Brad- ley & Corwyn, 2002; Yoshikawa et al., 2012). Children from low SES families show different brain structure (Noble et al., 2005; Ursache et al., 2016). Research has made it possible to corroborate the influence of living in poverty on basic cognitive processes, such as self-regulation, and to detect its traces in adults with a past of child poverty (Lipina, 2016). Low-SES is associated with reduced vocabulary and language processing skills (Fernald et al., 2013) and lower numerical abilities (Jordan et al., 1994) compared to their peers from middle and high SES even before the start of formal schooling. These differences subsequently increase throughout childhood and adolescence (Duncan et al., 2007) and result in higher dropout rates (Alexander et al., 1997). Furthermore, although parents from low-SES households tend to get involved in home math activities as much as parents from middle and high-SES households, the latter show higher expectations which might explain these disparities (Susperreguy et al., 2021). Parents from different contexts not only act but also think differently about the importance of math (Elliott & Bachman, 2018). Moreover, differences in math achievement might also emerge from dis- parate quality of home activities, suggesting that not any kind of parental involvement impacts learning equally.

However, while poverty is associated with lower school performance, differences can be observed within children from low-SES households. Halle et al. (1997) conducted interviews with low-income minority children and parents and found that mothers with higher education had higher expectations for their children's academic achievement which influenced their children's subsequent achievement in math and reading. Thus, growing up in a low-SES household does not necessarily imply low academic achievement. Consequently, and independently of the need to eradicate poverty, finding the most efficient ways to help children from underprivileged contexts learn mathematics is an effort worth making.

¿Can technology be the modern great equalizer?

Education is often perceived as the main tool for reducing social disparities. In the 19th century, Horace Mann defined education as the "great equalizer of conditions of men". Under this view, if all children enter a schooling system at the same age, learn the same contents, and are held to the same standards, they should finish their education at the same level and have the same opportunities, regardless of their SES. As we know, this traditional view is far from the truth. On the contrary, social context routinely influences the quality of education, which widens rather than closes the academic gap between children living in poverty and their peers from middle and high-SES. The educational policies implemented in the last century have failed to change this reality, making education a reflection of social hierarchy rather than a contributor to social mobility.

An alternative view suggests that ICTs might replace traditional educational methodologies (Bando et al., 2016; Pea, 1987), in particular as a solution for hindered development in children from low SES backgrounds. Technological tools might provide children with the specific educational content they need and thus balance social differences. Children from underprivileged contexts can have access, through the use of computers, smartphones, and other ICTs, to a myriad of stimuli, questions, and answers that their families and schools might not be able to provide at the time they need.

In this sense, the inclusion of educational technologies in school settings or at home can balance math performance differences by compensating for specific areas in low-achieving children. In fact, technological tools can also be used to perform fast and detailed math evaluations in order to obtain detailed assessments of a child's abilities and potential areas of deficiencies. This assessment can in turn be used to improve their performance before those children fall behind their peers. Frequent testing also facilitates the retention of information (Roediger & Karpicke, 2006) but pen-and-paper tests can take too long for educators to correct. Using ICTs can not only accelerate this process, but also provide educators with opportunities for adaptive testing and result in valuable feedback about their students and what areas they should work on. Computer-based assessments are already in use in most countries for standardized tests such as PISA (OECD, 2019) and will likely be a key component in the future of education.

However, the evidence supporting the benefits of the systematic use of tablets and mobile devices in schools is still scarce (Haßler et al., 2016) with significant yet moderate effects on learning (Cheung & Slavin, 2013; Sung et al., 2016). A review of 74 studies that include the use of educational technology applications in mathematical learning shows an overall small effect size compared to traditional methods (Cheung & Slavin, 2013). The authors highlight supplemental computer-assisted instruction (CAI) as being the methodology that produces the largest effects on mathematics achievement and conclude that incorporating these educational technologies into the classroom curriculum appears to be the best approach.

Interesting observations can be made from studies compa- ring technology-based and traditional teaching methodologies. Outhwaite et al. (2017) report significant learning gains from tablet-based interventions in UK schools. Their results indicate that low-achieving children, in particular those with weak short-term memory skills, show the largest improvements. The authors attribute this outcome to the reduced cognitive demands of a tablet game in comparison to traditional classroom learning. When controlling for previous mathematical knowledge, the authors find no significant effect of SES level. Previous works support the idea that technological tools are useful for children with lower numerical skills (Räsänen et al., 2009; Shin et al., 2012).

Educational technologies can also be used outside school settings, particularly at home. Parental expectations, practices and attitudes towards the learning of math are known to impact a child's mathematical performance (Elliott & Bachman, 2018; Halle et al., 1997). Low-achieving students are likely not getting high-quality interactions and support at home. This may be due to parents' lack of knowledge about how to help their children or the (misleading) idea that their interactions will have no effect on their children's learning. In such cases, ICTs can provide an effective and accessible solution. Berkowitz et al. (2015) carried out an intervention to promote home math interactions with 587 children and their parents in the United States. A tablet app called Bedtime Learning Together presented a short story with numerical content and related questions. The story was read by parents who also answered as many questions as they wished together with their children, thus promoting the expected interaction. The questions included counting, geometry, and arithmetic. Parents used the app several times per week throughout the school year. Results show that children in the experimental group improved significantly compared to children in the control group who used a similar tool with reading rather than math content.

Insights from Latin America

Given the cultural and educational differences, it is unclear how the results from studies conducted in developed countries translate to the Latin American context. One relevant distinction between children in western, educated, industrialized, rich and democratic (WEIRD) and Latin American countries is their access to internet-based technological tools. Many studies have shown the correlation between availability of Internet connection and various household or individual socio-economic characteristics, such as income and education (see Grazzi & Vergara, 2014). For this reason, it is important to understand how the use of educational technologies impacts the learning in Latin American children, in particular those from peripheral and low-SES contexts.

One rudimentary yet powerful educational technology is audio. Radio lessons were popular in the 1980s, mainly as a widespread and inexpensive teaching mechanism for children in rural areas in Central America (Jamison et al., 1981), and again during the COVID-19 pandemic in regions where children lacked the internet connectivity to attend classes remotely (Dreesen et al., 2020). Naslund-Hadley et al. (2014) explored the benefits of a pilot audio version of Tikichuela, a Paraguayan mathematical instruction program for preschool children adapted from the Big Math for Little Kids program used in low-income schools in New York. These audio lessons included games, songs and interactive activities intended to capture the interest of children. The results from this study show an improvement in test scores for children participating in the pilot program in comparison to controls following a five-month period with significantly larger improvements in rural versus urban schools but no differences on SES. The authors highlight audio lessons as an encouraging tool to reduce student learning disparities that emerge from educators lacking specific training or resources. Audio-based mathematical instruction was also used to improve the memory and math abilities of blind children in Chile (Sánchez & Flores, 2005); Cuba's video-based reading and writing program "Yo, sí puedo" has been implemented in 28 countries world-wide and has helped eradicate adult illiteracy in Venezuela and Bolivia among others (Cana- vire, 2011). In sum, audiovisual tools such as these are good examples of the potential for ICTs in critical situations, when other alternatives are not available.

More recently, the wide access to computers has inspired researchers to explore the educational benefits of using computer games. Goldin et al. (2014) implemented a 10-week long intervention using the Mate Marote software with 111 low-SES first graders in Argentina. Children played three different computer games involving executive functions which resulted in significant improvements in inhibitory control and attention, but not planning, in pretest-posttest measures compared to a control group that played commercial video games. What is more, training their executive functions resulted in a far transfer to math and language abilities, as measured by school grades. The researchers also split the children who used Mate Marote into two categories according to their attendance to school. Following the intervention, children with low attendance, who initially had lower school grades than their high attendance peers, showed the largest improvements in school grades even though they were not directly trained in language or mathematics. Other uses of educational software in Mexico (Zaldívar-Colado et al., 2017) and Argentina (Fur- man et al., 2019) also support the use of ICTs, although the latter showed no significant differences between groups of children that learned science with and without tablets.

Motivated by these possibilities, several Latin American governments resorted to the One Laptop Per Child (OLPC) program as a remedy for their ailing educational systems. The outcomes are ambiguous. The OLPC initiative was created in 2005 with the idea that distributing low-cost hardware that children could take home would reduce the emerging digital gap between developed and developing countries. As a side effect, the inclusion of ICTs in classrooms could have a positive impact on academic performance. Data from the educational benefits of using laptops at schools are controversial. While OLPC advertises their products with test scores from Nicaragua that showed an increase in math and reading skills, more rigorous studies conducted in Latin America do not show positive outcomes. For example, a large-scale randomized study with data from 15 months of use of OLPC devices in 318 primary schools in Perú resulted in no effects on math and language test scores, and a non-significant increase in cognitive skills (Cristia et al., 2017). Other smaller-scale studies conducted in Perú revealed that computer skills improved in children that received OLPC devices but with no significant differences on academic achievement (Beuermann et al., 2015; Malamud et al., 2019; Severín & Capota, 2011). Similarly disappointing results were obtained from OLPC programs in Colombia (Severín & Capota, 2011), Costa Rica (Meza-Cordero, 2017), Paraguay (Ames, 2013), and Uruguay (de Melo et al., 2014; Yanguas, 2020). While it is undoubtedly beneficial that children improve their computer skills, the lack of transfer to math and language proficiency reveals that the naive approach of the OLPC program is insufficient to produce profound changes in education.

In sum, educational technologies have been used in Latin American schools with varying degrees of success. Besides the extreme cases where alternatives to traditional lessons had to be implemented because in-person classes were nonviable, positive outcomes were obtained mainly through the use of software especially designed by researchers and educators to train basic cognitive abilities. On the other hand, the unrestricted inclusion of laptops and tablets from the OLPC program showed no positive effects when it was not supported by a well-structured educational platform. This could show that it is not the technological tool in itself, but rather the use that is given to it, that allows for enhanced learning.

In this sense, we think focus must be shifted from a comparison between tech-based and traditional learning to a comparison between the contents that can be taught with each of these methodologies. Technology presents innovative, widespread, and efficient ways to include contents based on the principles of educational neuroscience in school settings which can result in improvements in academic performance (Goldin et al., 2014). The shift in focus is further supported by data about the massive and unrestricted inclusion of ICTs in Latin American schools. To illustrate this, in the next section, we present a detailed account of the work our research group has made over the last decade in Uruguayan schools.

Learnings from a decade of technology-based school interventions in Uruguay

In 2007, the Uruguayan government and OLPC partnered to establish the Plan Ceibal, a program that provides every schoolaged student with an Android-based tablet that they can use at school and at home. The students have free internet connection in schools and multiple public areas around the country. This makes Uruguay an ideal site for studying the usefulness of ICTs in educational contexts.

Our research group has been working in collaboration with the Plan Ceibal for nearly ten years. We have worked on a number of projects involving technology-based interventions in classrooms that can be clustered into two main categories. On the one hand, we have designed and tested early assessment tools that can be used directly from the Plan Ceibal tablets available in Uruguayan schools. On the other hand, we have created several games aimed at reinforcing the basic mathematical abilities of young children. All the software developed by our group is free and available to everyone. These tools are targeted to Uruguayan children, involving characters, places, stories, and vocabulary that they can identify with (see Outhwaite et al., 2020). From the personal reports of educators, parents, and the children themselves, this makes our games more entertaining and engaging than other educational software available in Plan Ceibal. The simultaneous use of both testing and training learning tools has shown beneficial results, particularly in low SES contexts. Our long-term goal is to incorporate a set of applications into the Plan Ceibal tablets that the teachers themselves can use to facilitate mathematical learning in the classroom.

To the best of our knowledge, there is a lack of digital math assessment tools for children under the age of 7. One of the most used tests for assessing young children in math is TEMA-3 (Ginsburg & Baroody, 2003), which takes around 30 minutes to complete and requires one-on-one interactions between a trained evaluator and each child. Although TEMA-3 is a powerful tool, it requires an amount of time and training that makes it unreasonable for large-scale interventions and regular use in schools. Our group has always been concerned with the need for tools that make testing fast and scalable, and that can ultimately give teachers useful feedback about the particular topics that require attention. For this reason, in 2013 we began the development of the Prueba Uruguaya de Matemática (PUMA), a digital tool where children are tested on their knowledge of number symbols, ordering, number composition and decomposition, number line placing, and number words (see Odic et al., 2016) for a description of the first version of PUMA). PUMA provides self-administered assessment that a single researcher or teacher can apply simultaneously to an entire class. A second version of PUMA was developed in 2020 with improved design and usability (Fig. 1). An assessment of 187 Uruguayan preschoolers and first-graders with the updated version of PUMA and TEMA-3 showed a strong correlation ($r=0.803$, $p<0.001$; Marconi et al., in prep). These positive outcomes show that ICTs have great potential regarding assessments. However, so far we have failed to convince educators and policymakers about the benefit of incorporating PUMA into regular school programs. We attribute this to a failure on our part to translate the quantitative outputs of PUMA into easily understandable qualitative feedback. This must be a key point to address in the near future.

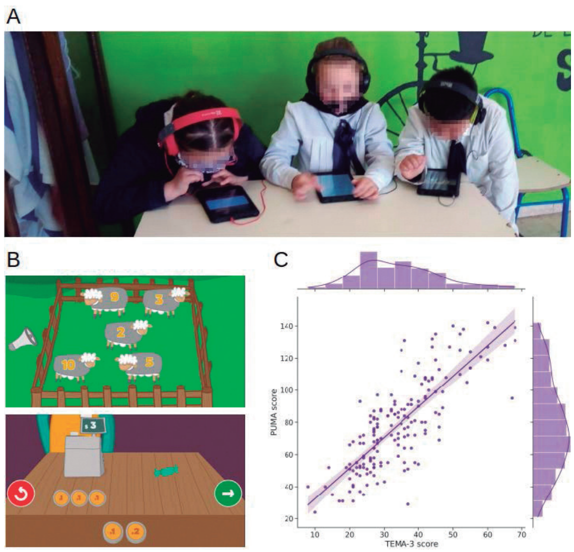


Fig. 1 - Second version of the Prueba Uruguaya de Matemática (PUMA). A: Three Uruguayan children taking the PUMA test with their Plan Ceibal tablets. B: Screenshots of two PUMA tasks (top: verbal-numeral to arabic transcoding; bottom: composition and decomposition). C: Correlation of the 2nd version of PUMA and TEMA-3 (Ginsburg & Baroody, 2003) with N=187, r=0.803 (p<0.001). Both tests take a similar time to complete, but PUMA is a tablet-based assessment that does not require one-on-one interactions between each child and one evaluator. It can therefore be applied simultaneously to a large number of children, e.g. an entire class could be detailed assessed in less than one hour.

The first large-scale intervention that we conducted using Plan Ceibal tablets took place in 2013. We tested 503 Uruguayan first graders from 10 schools across SES levels on their abilities to discriminate approximate quantities, using the Panamath software (Halberda et al., 2008), and approximate time (Odic et al., 2016). We also assessed their formal mathematical performance with the first version of PUMA. Our results showed correlations between math performance and approximate number discrimination as well as approximate time discrimination. Most importantly, this first large-scale use of the Plan Ceibal tablets for doing research in school settings confirmed the validity of ICTs as assessment tools. 454 of those children participated in a short intervention consisting of four six-minute sessions of approximate number system (ANS) training (Valle-Lisboa et al., 2016). Pretest-posttest differences revealed that children across all SES levels improved their ANS and formal math skills without significant differences on SES. However, only low-SES children showed a significant correlation between the number of times they played and the PUMA scores improvement. This could show that cognitive stimulation plays a higher role in underprivileged contexts. The learnings from these initial studies were in line with other studies conducted in Latin America. ICTs can be useful to assess and train the math abilities of children as long as they make use of specific stimuli designed to improve the building blocks of mathematical knowledge.

Subsequently, our emphasis veered to studying different types of stimuli that might improve math abilities. Langfus et al. (2019) conducted a five week intervention with 386 Uruguay children. Half of them were assigned to the active group and played digital mini-games on the Plan Ceibal tablets consisting of approximate number discrimination, time discrimination, and area discrimination; the other half was a Business-As-Usual (BAU) control group. For this study, we administered pre and post tests of basic and formal math knowledge as well as language and general cognitive abilities. However, the playing time was determined by the teachers, who agreed to use the games during their classes, and by the children themselves, who were encouraged to continue playing at home. No significant differences were found between the active and the control groups. A detailed analysis of the data indicates that this was likely due to the low number of plays: on average, children played the time, number and area games only 10, 16, and 26 times respectively over a five-week period. The children had positive comments about the games, but they were not interested enough to continue playing in their spare time. This highlights a particular difficulty with tech-based learning. If children are expected to engage in educational games voluntarily, then these games must be as engaging and attractive as other commercial games that they may be used to. Alternatively, tech-based learning must be framed within well-structured activities. Educators should be trained on how to make the most of educational technologies so that children can be cognitively stimulated with stimuli specifically designed for them.

Currently, we are also interested in exploring the differences between individual and social learning. Tablets and computers are most useful for single users, but the peer interactions that usually emerge in group settings have powerful influences on early cognition and learning (de la Hera et al., 2019; Dillon et al., 2017). To this end, we designed a new game based on the cards used by Dillon et al. (2017), with a digital version that can be played individually on tablets and a hybrid version that can be played individually or collectively with a Magic Box (see Fig. 2). That latter consists of playing cards equipped with radio-frequency identification (RFID) tags and an Arduino-powered smart box with RFID readers. This hybrid version of the game incorporates ICTs without isolating the children and, since it promotes peer interaction to advance in the game, is predicted to be most useful in school environments, whereas individual games such as the digital version of the game can be used at home. A comparative study of 266 children with two active groups, one playing with the Magic Box and the other one with tablets, and a BAU control group, is scheduled for late 2021.

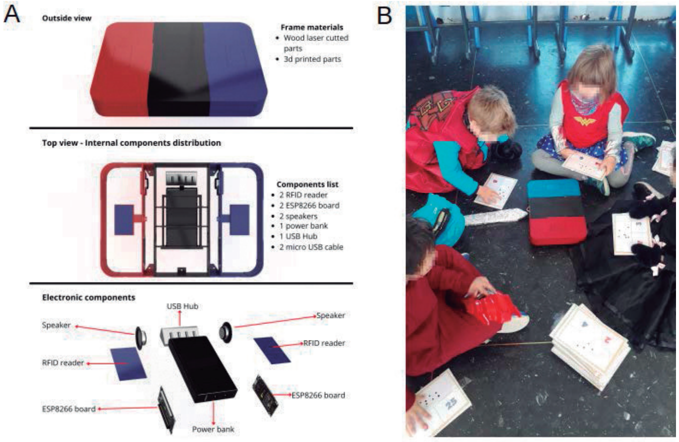


Fig. 2 - The Magic Box. A: outside and inside views of the Magic Box and its components. Note that the box is closed while playing so children do not have access to any of the internal components. B: A typical situation of 4 children playing in the collective version of the game with the Magic Box. Children take turns to decide whether each of their cards should go on the red or the blue half of the box. After 4 cards (one for each child) the Magic Box gives a positive feedback sound (if all 4 cards are correct) or a negative feedback sound (if at least one of the cards is wrong).
Children are encouraged to interact and help each other in order to obtain a correct response from the Magic Box and advance in the game.

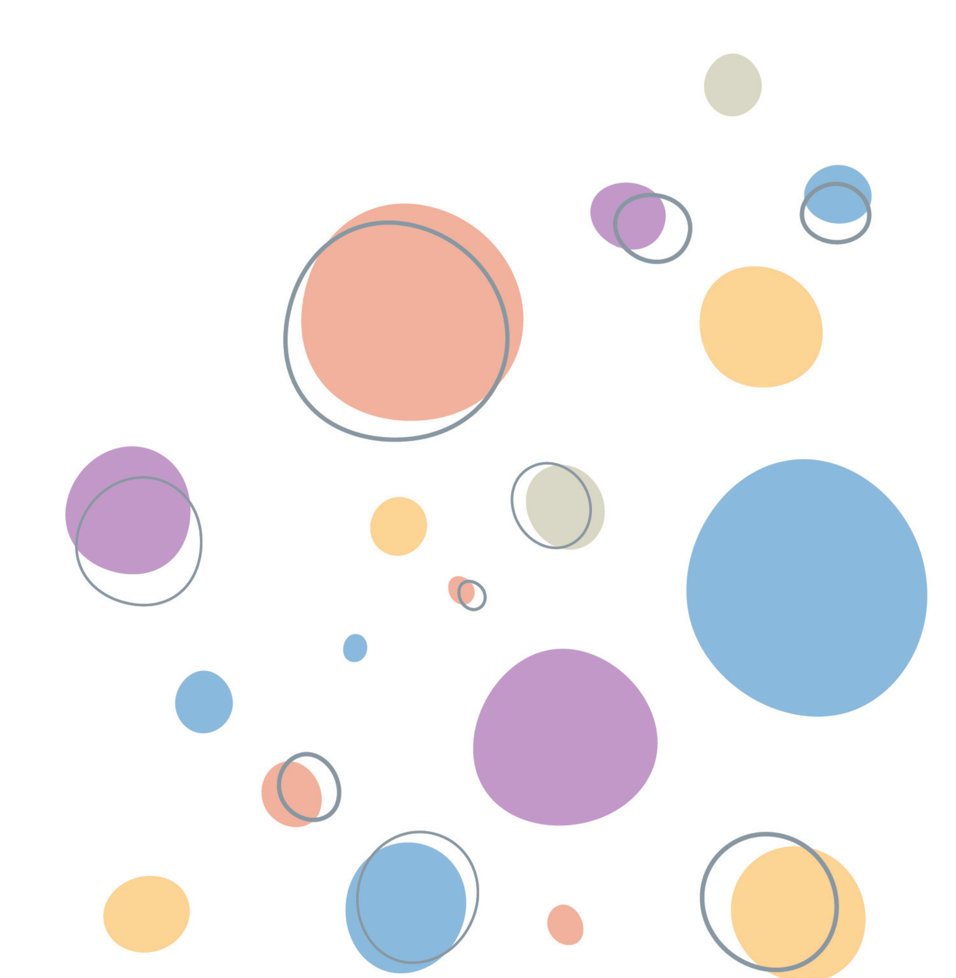
In sum, the trajectory followed by our research group is representative of the general approach to educational technologies in Latin America and in the rest of the world. Our initial enthusiasm for the use of ICTs in schools, backed by large governmental investments in tech-based learning programs such as OLPC programs like Plan Ceibal in Uruguay, morphed into a critical examination of the differences between educational technologies and other methodologies, with a particular focus on characterizing the cognitive stimuli which produce the most efficient learning.

Conclusions and perspectives

The evidence presented in this chapter reveals that, while SES strongly correlates with academic achievement, it is possible to boost low-SES children's math learning by improving the cognitive abilities that support math development. Educational technologies were initially thought to be a possible solution for these disparities, but most research shows no SES-related differences between ICTs and traditional methodologies when initial performance is controlled for. That is, educational technologies are most useful for low-achieving children, regardless of their SES. By way of illustration, it is not a households' income that determines the child's academic performance but rather the parental expectations and quality of home learning activities. In our view, this is because it is not poverty itself, but rather the individual, parental, and social consequences of poverty that are at the core of the disparity in math achievement. Even though technology cannot directly change the contexts where children from low-SES live and grow, it might compensate for the lack of math related home activities by providing the stimuli needed for their cognitive development. Thus, ICTs are likely most useful in such contexts.

Positive and negative outcomes have been observed from the use of educational technologies in Latin America. The unrestricted inclusion of ICTs in classrooms, as is the case with the OLPC program, resulted in no measurable differences in achievement other than computer and internet skills. Conversely, numerous school interventions carried out by research groups did produce significant improvements in math performance. This must lead to a shift in focus, not only for the academic community but also for educators and policymakers, about the use of ICTs. Educational technology cannot be, on its own, the modern great equalizer. But with the addition of well-structured programs that result in games and educational software with specific stimuli aimed at training basic cognitive skills, ICTs can help low-achieving children and particularly those from low-SES.

The future of educational technologies is promising but not without its challenges. First, researchers must continue studying basic cognition in the early stages of life to determine the best specific stimuli to improve learning. We also need to connect the use of these stimuli with realistic educational practices in schools and homes in order to involve teachers and parents in the learning process. This must include studies about how to include ICTs in classrooms and homes. The involvement of teachers as researchers vastly broadens the inputs of information and new ideas needed to advance knowledge. Put together with the versatility of ICTs, this joint work can allow for the exploration of multiple possibilities and can provide high-quality feedback about the impact of educational technologies in the classroom. On a similar note, researchers should aim to increase and improve the involvement of parents and other family members through the use of ICTs. This requires the development of tools that are suitable for use at home and promote the natural interaction with children about everyday math. Finally, all the software must be engaging and relatable to the children's reality, which increases the requirements and potentially the costs of developing new tools. Collaborative work with countries that share a common culture, as is the case in Latin America, is a much needed approach.



Referencias

• Alderete, M. V., & Formichella, M. M. (2016). The effect of ICTs on academic achievement: The conectar igualdad programme in Argentina. CEPAL Review, 2016(119), 83–100. https://doi.org/10.18356/f23c6662-en

• Alexander, K. L., Entwisle, D. R., & Horsey, C. S. (1997). From First Grade Forward: Early Foundations of High School Dropout. Sociology of Education, 70(2), 87. https://doi.org/10.2307/2673158

• Ames, M. G. (2013). Ames, M. G. (2013). From MIT to Paraguay: A critical historical and ethnographic analysis of One Laptop per Child. Stanford University.

• Bando, R., Gallego, F., Gertler, P., & Romero, D. (2016). Books or Laptops? The Cost-Effectiveness of Shifting from Printed to Digital Delivery of Educational Content (Working Paper No. 22928; Working Paper Series). National Bureau of Economic Research. https://doi.org/10.3386/w22928

• Berkowitz, T., Schaeffer, M. W., Maloney, E. A., Peterson, L., Gregor, C., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2015). Math at home adds up to achievement in school. Science (New York, N.Y.), 350(6257), 196–198. https://doi.org/10.1126/science. aac7427

• Beuermann, D. W., Cristia, J., Cueto, S., Malamud, O., & Cruz-Aguayo, Y. (2015). One Laptop per Child at Home: Short Term Impacts from a Randomized Experiment in Peru. American Economic Journal: Applied Economics, 7(2), 53–80. ht- tps://doi.org/10.1257/app.20130267

• Bradley, R. H., & Corwyn, R. F. (2002). Socioeconomic Status and Child Development. Annual Review of Psychology, 53(1), 371–399. https://doi.org/10.1146/annurev.psych.53.100901.135233

• Canavire, Lic. V. B. (2011). Educación para adultos en América Latina: Programa de alfabetización "Yo, sí puedo." CPU-e, Revista de Investigación Educativa, 13, 128–143. https://doi.org/10.25009/cpue.v0i13.40

• Cheung, A. C. K., & Slavin, R. E. (2013). The effectiveness of educational technology applications for enhancing mathematics achievement in K-12 classrooms: A meta-analysis. Educational Research Review, 9, 88–113. https://doi.org/10.1016/j. edurev.2013.01.001

• Cristia, J., Ibarrarán, P., Cueto, S., Santiago, A., & Severín, E. (2017). Technology and Child Development: Eviden- ce from the One Laptop per Child Program. American Economic Journal: Applied Economics, 9(3), 295–320. https://doi. org/10.1257/app.20150385

• Cross, C. T., Woods, T. A., Schweingruber, H. A., & National Research Council (U.S.) (Eds.). (2009). Mathematics learning in early childhood: Paths toward excellence and equity. National Academies Press. de la Hera, D. P., Sigman, M., & Calero, C. I. (2019). Social interaction and conceptual change pave the way away from children's misconceptions about the Earth. Npj Science of Learning, 4(1), 1–12. https://doi.org/10.1038/s41539-019-0051-3 de Melo, G., Machado, A., & Miranda, A. (2014). The Impact of a One Laptop per Child Program on Learning: Evidence from Uruguay. Banco de México. https://doi.org/10.36095/banxico/di.2014.22

• DeFlorio, L., & Beliakoff, A. (2015). Socioeconomic Status and Preschoolers' Mathematical Knowledge: The Contribution of Home Activities and Parent Beliefs. Early Education and Development, 26(3), 319–341. https://doi.org/10.1080/104 09289.2015.968239

• Dillon, M. R., Kannan, H., Dean, J. T., Spelke, E. S., & Duflo, E. (2017). Cognitive science in the field: A preschool intervention durably enhances intuitive but not formal mathematics. Science, 357(6346), 47–55. https://doi.org/10.1126/science. aal4724

• Dowker, A., Sarkar, A., & Looi, C. Y. (2016). Mathematics Anxiety: What Have We Learned in 60 Years? Frontiers in Psychology, 7. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.00508

• Dreesen, T., Akseer, S., Brossard, M., Dewan, P., Giraldo, J.-P., Kamei, A., Mizunoya, S., & Ortiz, J. S. (2020). Promising practices for equitable remote learning: Emerging lessons from COVID-19 education responses in 127 countries. Unicef Innocenti Research Briefs, 10.

• Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., Pagani, L. S., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J., Sexton, H., Duckworth, K., & Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. Developmental Psychology, 43(6), 1428–1446. https://doi.org/10.1037/0012-1649.43.6.1428

• Elliott, L., & Bachman, H. J. (2018). SES disparities in early math abilities: The contributions of parents' math cognitions, practices to support math, and math talk. Developmental Review, 49, 1–15. https://doi.org/10.1016/j.dr.2018.08.001

• Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. Trends in Cognitive Sciences, 8(7), 307–314. https://doi.org/10.1016/j.tics.2004.05.002

• Fernald, A., Marchman, V. A., & Weisleder, A. (2013). SES differences in language processing skill and vocabulary are evident at 18 months. Developmental Science, 16(2), 234–248. https://doi.org/10.1111/desc.12019

• Furman, M., De Angelis, S., Dominguez Prost, E., & Taylor, I. (2019). Tablets as an educational tool for enhancing preschool science. International Journal of Early Years Education, 27(1), 6–19. https://doi.org/10.1080/09669760.2018.1439368 Gilmore, C. K., McCarthy, S. E., & Spelke, E. S. (2010). Non-symbolic arithmetic abilities and mathematics achievement in the first year of formal schooling. Cognition, 115(3), 394–406. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2010.02.002

- Ginsburg, H., & Baroody, A. (2003). TEMA-3 examiners manual. Austin, TX: Pro-Ed.
- Goldin, A. P., Hermida, M. J., Shalom, D. E., Elias Costa, M., Lopez-Rosenfeld, M., Segretin, M. S., Fernandez-Slezak, D., Lipina, S. J., & Sigman, M. (2014). Far transfer to language and math of a short software-based gaming intervention. Proceedings of the National Academy of Sciences, 111(17), 6443–6448. https://doi.org/10.1073/pnas.1320217111
- Grazzi, M., & Vergara, S. (2014). Internet in Latin America: Who uses it? … and for what? Economics of Innovation and New Technology, 23(4), 327–352. https://doi.org/10.1080/10438599.2013.854513
- Halberda, J., Ly, R., Wilmer, J. B., Naiman, D. Q., & Germine, L. (2012). Number sense across the lifespan as revealed by a massive Internet-based sample. Proceedings of the National Academy of Sciences, 109(28), 11116–11120. https://doi. org/10.1073/pnas.1200196109
- Halberda, J., Mazzocco, M. M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. Nature, 455(7213), 665–668. https://doi.org/10.1038/nature07246
- Halle, T. G., Kurtz-Costes, B., & Mahoney, J. L. (1997). Family influences on school achievement in low-income, African American children. Journal of Educational Psychology, 89(3), 527–537. https://doi.org/10.1037/0022-0663.89.3.527
- Haßler, B., Major, L., & Hennessy, S. (2016). Tablet use in schools: A critical review of the evidence for learning outcomes: Tablet use in schools: a critical review. Journal of Computer Assisted Learning, 32(2), 139–156. https://doi.org/10.1111/ jcal.12123
- Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S., & Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. Proceedings of the National Academy of Sciences, 106(25), 10382–10385. https://doi.org/10.1073/pnas.0812142106
- Jamison, D. T., Searle, B., Galda, K., & Heyneman, S. P. (1981). Improving elementary mathematics education in Nicaragua: An experimental study of the impact of textbooks and radio on achievement. Journal of Educational Psychology, 73(4), 556–567. https://doi.org/10.1037/0022-0663.73.4.556
- Janus, M., & Duku, E. (2007). The School Entry Gap: Socioeconomic, Family, and Health Factors Associated With Children's School Readiness to Learn. Early Education & Development, 18(3), 375–403. https://doi.org/10.1080/10409280701610796a Jordan, N. C., Huttenlocher, J., & Levine, S. C. (1994). Assessing early arithmetic abilities: Effects of verbal and nonverbal response types on the calculation performance of middle-and low-income children. Learning and Individual Differences, 6(4), 413–432. https://doi.org/10.1016/1041-6080(94)90003-5
- Langfus, J., Maiche, A., De León, D., Fitipalde, D., Mailhos, Á., & Halberda, J. (2019). Chapter 2—The Effects of SES, Grade-Repeating, and IQ in a Game-Based Approximate Math Intervention. In D. C. Geary, D. B. Berch, & K. Mann Koepke (Eds.), Cognitive Foundations for Improving Mathematical Learning (Vol. 5, pp. 37–67). Academic Press. https:// doi.org/10.1016/B978-0-12-815952-1.00002-5
- Lipina, S. J. (2016). Pobre cerebro: Lo que la neurociencia nos propone pensar y hacer acerca de los efectos de la pobreza sobre el desarrollo cognitivo y emocional. Siglo Veintiuno Editores.
- Malamud, O., Cueto, S., Cristia, J., & Beuermann, D. W. (2019). Do children benefit from internet access? Experimental evidence from Peru. Journal of Development of Economics, 138, 41–56. https://doi.org/10.1016/j.jdeveco.2018.11.005
- Marconi,C., De León, D., López-Guzmán, F., Díaz-Simón, N., Puyol, L., González, M., Sierna, C., & Maiche, A. (in prep). Self-administered digital math assessment test. [Manuscrito en preparación]
- Meza-Cordero, J. A. (2017). Learn to Play and Play to Learn: Evaluation of the One Laptop per Child Program in Costa Rica: Learn to Play and Play to Learn. Journal of International Development, 29(1), 3–31. https://doi.org/10.1002/jid.3267 Naslund-Hadley, E., Parker, S. W., & Hernandez-Agramonte, J. M. (2014). Fostering early math comprehension: Experimental evidence from Paraguay. Global Education Review, 1(4).
- Noble, K. G., Norman, M. F., & Farah, M. J. (2005). Neurocognitive correlates of socioeconomic status in kindergarten children. Developmental Science, 8(1), 74–87. https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2005.00394.x
- Odic, D., Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2013). Developmental change in the acuity of approximate number and area representations. Developmental Psychology, 49(6), 1103–1112. https://doi.org/10.1037/a0029472
- Odic, D., Lisboa, J. V., Eisinger, R., Olivera, M. G., Maiche, A., & Halberda, J. (2016). Approximate number and approximate time discrimination each correlate with school math abilities in young children. Acta Psychologica, 163, 17–26. https:// doi.org/10.1016/j.actpsy.2015.10.010
- OECD. (2019). PISA 2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do. OECD. https://doi.org/10.1787/5f07c754-en
- Outhwaite, L. A., Gulliford, A., & Pitchford, N. J. (2017). Closing the gap: Efficacy of a tablet intervention to support the development of early mathematical skills in UK primary school children. Computers & Education, 108, 43–58.

https://doi. org/10.1016/j.compedu.2017.01.011

- Outhwaite, L. A., Gulliford, A., & Pitchford, N. J. (2020). Language counts when learning mathematics with interactive apps. British Journal of Educational Technology, 51(6), 2326–2339. https://doi.org/10.1111/bjet.12912

- Pea, R. D. (1987). Cognitive technologies for mathematics education. In Cognitive science and mathematics education (pp. 89--122).

- Räsänen, P., Salminen, J., Wilson, A. J., Aunio, P., & Dehaene, S. (2009). Computer-assisted intervention for children with low numeracy skills. Cognitive Development, 24(4), 450–472. https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2009.09.003

- Roediger, H. L., & Karpicke, J. D. (2006). Test-Enhanced Learning: Taking Memory Tests Improves Long-Term Retention. Psychological Science, 17(3), 249–255. https://doi.org/10.1111/j.1467-9280.2006.01693.x

- Ryan, R. M., Fauth, R. C., & Brooks-Gunn, J. (2006). Childhood Poverty: Implications for School Readiness and Early Childhood Education. In Handbook of research on the education of young children, 2nd ed (pp. 323–346). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

- Sánchez, J., & Flores, H. (2005). AudioMath: Blind children learning mathematics through audio. International Journal on Disability and Human Development, 4(4). https://doi.org/10.1515/IJDHD.2005.4.4.311

- Severín, E., & Capota, C. (2011). One-to-One Laptop Programs in Latin America and the Caribbean: Panorama and Perspectives. Inter-American Development Bank. https://publications.iadb.org/publications/english/document/One-to-One-Lap- top-Programs-in-Latin-America-and-the-Caribbean-Panorama-and-Perspectives.pdf

- Shin, N., Sutherland, L. M., Norris, C. A., & Soloway, E. (2012). Effects of game technology on elementary student learning in mathematics: The effects of game technology on student learning. British Journal of Educational Technology, 43(4), 540–560. https://doi.org/10.1111/j.1467-8535.2011.01197.x

- Starkey, P., Klein, A., & Wakeley, A. (2004). Enhancing young children's mathematical knowledge through a pre-kindergarten mathematics intervention. Early Childhood Research Quarterly, 19(1), 99–120. https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2004.01.002

- Starr, A., Libertus, M. E., & Brannon, E. M. (2013). Number sense in infancy predicts mathematical abilities in childhood.

- Proceedings of the National Academy of Sciences, 110(45), 18116–18120. https://doi.org/10.1073/pnas.1302751110

- Sung, Y.-T., Chang, K.-E., & Liu, T.-C. (2016). The effects of integrating mobile devices with teaching and learning on students' learning performance: A meta-analysis and research synthesis. Computers & Education, 94, 252–275. https://doi. org/10.1016/j.compedu.2015.11.008

- Susperreguy, M. I., Jiménez Lira, C., Xu, C., LeFevre, J.-A., Blanco Vega, H., Benavides Pando, E. V., & Ornelas Contreras, M. (2021). Home Learning Environments of Children in Mexico in Relation to Socioeconomic Status. Frontiers in Psychology, 12, 756. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.626159

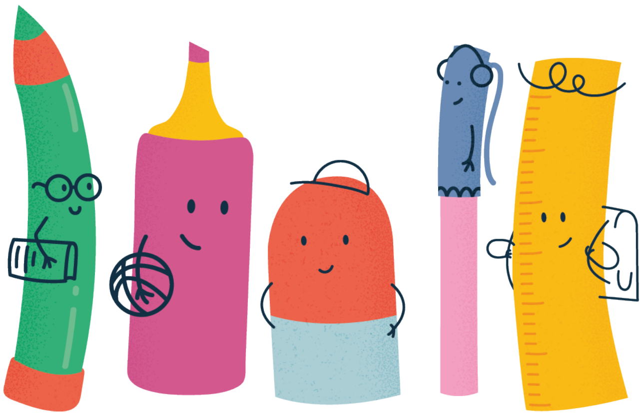
- Ursache, A., Noble, K. G., & the Pediatric Imaging, Neurocognition and Genetics Study. (2016). Socioeconomic status, white matter, and executive function in children. Brain and Behavior, 6(10), e00531. https://doi.org/10.1002/brb3.531

- Valle-Lisboa, J., Cabana, Á., Eisinger, R., Mailhos, Á., Luzardo, M., Halberda, J., & Maiche, A. (2016). Cognitive abilities that mediate SES's effect on elementary mathematics learning: The Uruguayan tablet-based intervention. PROSPECTS, 46(2), 301–315. https://doi.org/10.1007/s11125-017-9392-y

- Yanguas, M. L. (2020). Technology and educational choices: Evidence from a one-laptop-per-child program. Economics of Education Review, 76(C). https://ideas.repec.org/a/eee/ecoedu/v76y2020ics0272775719302729.html

- Yoshikawa, H., Aber, J. L., & Beardslee, W. R. (2012). The effects of poverty on the mental, emotional, and behavioral health of children and youth: Implications for prevention. American Psychologist, 67(4), 272–284. https://doi.org/10.1037/ a0028015

- Zaldívar-Colado, A., Alvarado-Vázquez, R. I., & Rubio-Patrón, D. E. (2017). Evaluation of Using Mathematics Educational Software for the Learning of First-Year Primary School Students. Education Sciences, 7(4), 79. https://doi.org/10.3390/ educsci7040079



Esta publicación surge en el marco de la alianza estratégica entre Profuturo, el programa de educación digital de Fundación Telefónica Movistar y Fundación “la Caixa”, la Sociedad Uruguaya de Ciencias Cognitivas y del Comportamiento y el Equipo de cognición matemática de CICEA.

Nuestro objetivo es colaborar en difundir el saber académico, para la incorporación de las metodologías de enseñanza de la matemática, que contribuya en aprendizajes significativos para los alumnos.

Esperamos que su lectura sea provechosa y colabore con el desarrollo de esta ciencia.

ProFuturo

UN PROGRAMA DE:

Fundación Telefónica Movistar

Fundación "la Caixa"

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA URUGUAY

COGNICIÓN NUMÉRICA
http://cognicionnumerica.psico.edu.uy

cicea